Forord

Det forelæggende materiale er udarbejdet til brug ved projektenhedskurset, TRÆKONSTRUKTIONER.

Materialet er bygget op omkring forhold ved dimensionering af træspær, hvilket netop indgår i projektet på 4. semester. Mange af dimensioneringsprincipperne er dog generelle. I bilag A og B er angivet et eksempel, hvor laster og lastkombinationer for et W-spær opstilles. Dette er medtaget, da de studerende på ovennævnte semester selv skal opstille og undersøge lastkombinationer. Processen omkring opstillingen af lastkombinationer er også generel og kan anvendes for alle typer af lineær elastiske konstruktioner som dimensioneres i hht. DS 409. Snitkræfter m.m. beregnes vha. programmet TRUSSLAB. En kort introduktion til dette program gives i bilag D.

Trækonstruktionerne dimensioneres i hht. DS 413:1998. Laster fastsættes i hht. DS 410:1998. Partialkoefficienter og lastkombinationer bestemmes i hht.
DS 409:1998. Der vil løbende blive henvist til de relevante afsnit i normerne.

Bagerst forefindes en nomeaklaturliste og indeks.

Materialet er skrevet til studerende på ovenævnte kursus og personer, som ønsker en introduktion til spærdimensionering.

Limtræ og træbaserede plader er ikke behandlet ligesom en beskrivelse af træ som materiale ikke er medtaget. Dette vil dog blive inddraget i forelæsningerne. Ønskes en bredere indgang til beregning af trækonstruktioner henvises til SBI 193 og SBI 194.

Det forudsættes, at læserne er bekendt med statik og elementmetode med bjælkeelementer.

Jeg modtager løbende kommentarer om fejl og uklarheder i teksten fra læserne og jeg håber, at I være overbærende med disse og til stadighed forsætte med at viderebringe dem til undertegnede, som vil være Jer meget taknemmelig.

Februar 2002,

Jacob Nielsen

Indhold

1 Indledning **1**

2 Laster på spær og lastkombinationer **7**

3 Spærmodel **9**

3.1 Modellering af hælsamling 11

4 Styrke og stivhed af konstruktionstræ **13**

4.1 Stivhedsegenskaber af konstruktionstræ 13

4.2 Styrkeegenskaber af konstruktionstræ 15

5 Bæreevneeftervisning af træ **17**

5.1 Bæreevneeftervisning af stænger 17

5.1.1 Centralt belastede trækstænger 17

5.1.2 Søjler 18

5.2 Bæreevneeftervisning af bjælker 18

5.2.1 Bjælker med træk og/eller moment 19

5.2.2 Eksempel: Dimensionering af gulvbjælke i bolig 19

5.2.3 Bjælkesøjler og søjler 20

5.2.4 Eksempel: Bæreevne af simpelt understøttet søjle 26

5.2.5 Forskydning 29

5.2.6 Træk og tryk vinkelret på fibrene 30

5.2.7 Eksempel: Bæreevne af understøtning ved spær 31

5.3 Opgave 1 til 4 32

6 Afstivning af spærkonstruktion **35**

6.1 Afstivning af trykelementer 38

7 Styrken af mekaniske samlinger 39

7.1 Sømforbindelser 39

7.1.1 Tværbelastede sømforbindelser træ mod træ 41

7.1.2 Tværbelastede sømforbindelser stål mod træ 44

7.1.3 Tværbelastede sømforbindelser m. træbaserede plader . . . 45

7.1.4 Udtrækningspåvirkede søm 46

7.1.5 Søm med tværbelastning og udtrækning 47

7.1.6 Eksempel: Dimensionering af træksamling 47

7.1.7 Eksempel: Samling med vinkelbeslag 51

7.2 Opgave 5 53

7.3 Tandpladeforbindelser 54

7.3.1 Tændernes forankringsstyrke 54

7.3.2 Forankringsbæreevne af centralt belastet tandplade 56

7.3.3 Pladens styrke 58

7.3.4 Bæreevne af centralt belastet plade 59

7.3.5 Minimumstørrelse på tandplader 61

7.3.6 Eksempel: Stødsamling med tandplade 62

7.4 Opgave 6 64

7.5 Ekscentrisk belastede forbindelser 65

7.5.1 Elastisk plan forbindelse 65

7.5.2 Eksempel: Bestemmelse af maksimal sømkraft 68

7.5.3 Ekscentrisk belastede sømgrupper i tandplader 69

7.5.4 Ekscentrisk belastede tandplader 70

7.5.5 Eksempel: Bæreevne af ekscentrisk belastet tandplade . . . 72

7.5.6 Bestemmelse af kræfter 74

7.6 Flækning 77

7.7 Opgave 7 78

Bilag

A Eksempel på laster og lastkombinationer **81**

A.1 Laster på spæret 82

A.1.1 Egenlast 82

A.1.2 Snelast 83

A.1.3 Vindlast 84

A.1.4 Nyttelast 85

A.2 Lastkombinationer 86

A.2.1 Lastkombinationer i anvendelsesgrænsetilstand 86

A.2.2 Lastkombinationer i brudgrænsetilstand 87

B Spærmodel og snitkræfter **89**

B.1 Spærmodel 90

B.2 Snitkræfter 90

B.2.1 Snitkræfter for en lastkombination 96

B.2.2 Nedbøjning af spærfod 96

C Tværsnitskonstanter for trapezformede arealer **97**

D Minivejledning til TRUSSLAB **101**

D.1 Indput 101

D.1.1 Topologi 102

D.1.2 Knudekoordinater 102

D.1.3 Materiale egenskaber 102

D.1.4 Understøtningsbetingelser 102

D.1.5 Afstand mellem spær 103

D.1.6 Laster 103

D.1.7 Kommandoen: TrussSolve 104

D.2 Output 104

D.2.1 Hjælpekommandoer 105

D.2.2 Figurer til rapport 105

D.2.3 Snitkræfter 105

D.2.4 Lastkombinationer 106

Nomenklaturliste

Kapitel 1

Indledning

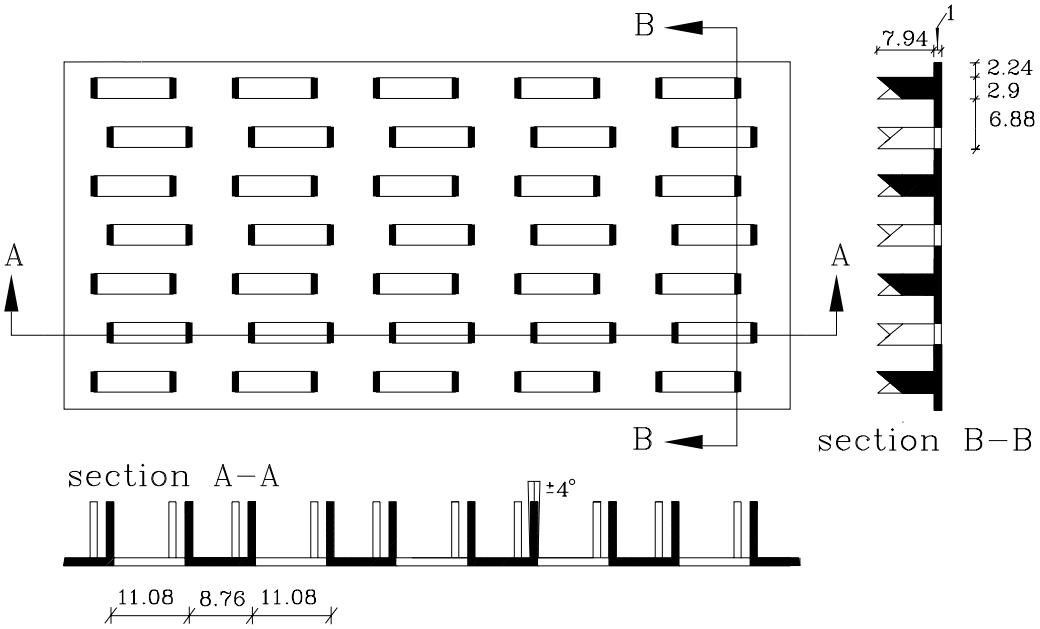
I husbygning er træ et vigtig materiale, som anvendes inden for mange forskellige områder, så som:

- Bærende konstruktioner:
  - spær,
  - understøttende bjælker og søjler,
  - gulve,
- Klimaskærm:
  - vinduer og døre,
  - beklædning af facader og gavle,
  - forskellige former for inddækninger ved og på tagfladen,
- Indvendig beklædning:
  - gulv-, loft- og vægbeklædning,
  - indvendige døre,
  - forskellige former for lister (fodlister, gerigter, indfatning etc.)

I det følgende behandles kun træspær samlet med tandplader, som falder inden for kategorien bærende konstruktioner.

Spær udgør langt den største gruppe af bærende trækonstruktioner i husbygning. Spær præfabrikeres på de ca. 20 spærfabrikker, som findes i Danmark. På spærfabrikken opskæres trædelene og samles med tandplader, se figur 1.2.

En tandplade betegner blot en tynd stålplade (1-2 mm), hvori der er stanset nogle tænder vinkelret ud fra selve pladen, se figur 1.1. Da tænderne er direkte stanset ud af selve pladen, opstår huller i pladen. Der findes mange forskellige typer af tandplader fra forskellige fabrikanter. Pladetypen i figur 1.1 er en korttandet plade (dvs. tandlængde $<$ 10 mm) med en tandlængde på ca. 8 mm. Der findes også tandpladetyper med tandlængder op til 15 mm. Tandpladerne presses i trædelene med en hydraulisk presse. En samling består af 2 eller flere træstykker samlet med 2 plader af samme størrelse - en på hver side af spæret.



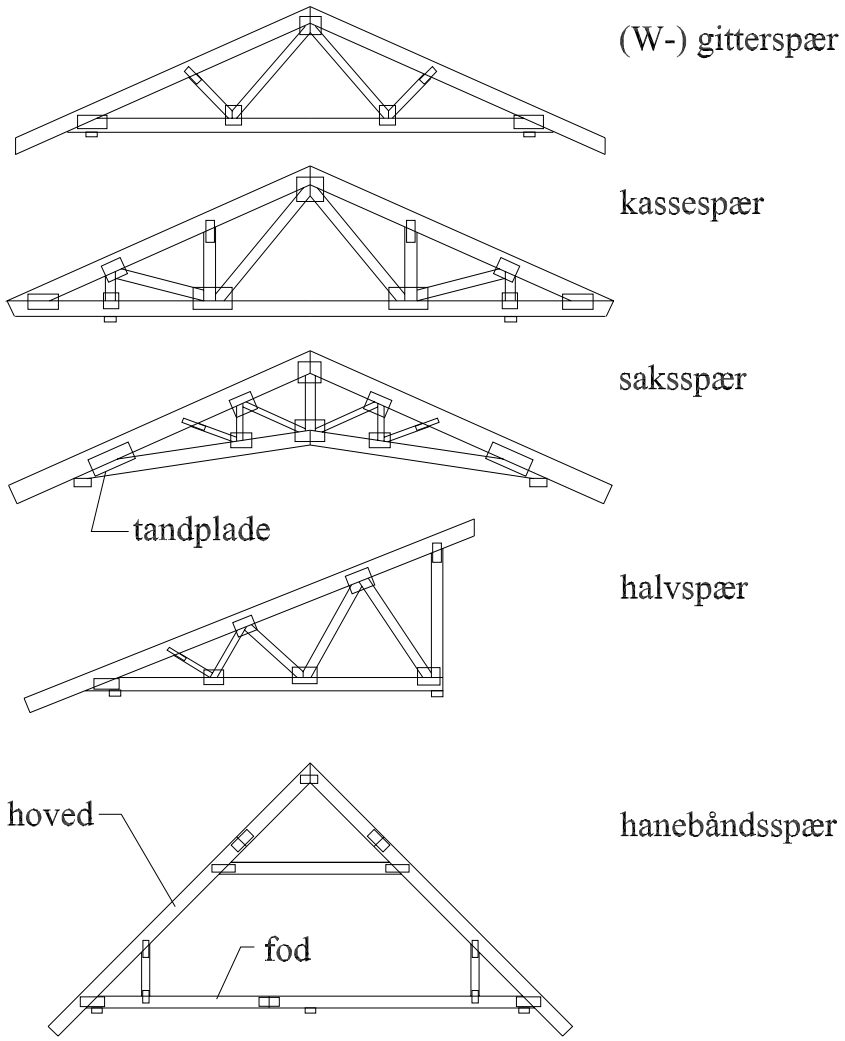
Figur 1.1: Tandplade, GNA20S, fra Gang Nail Systems. Alle mål i mm.

Idet spærene aldrig er ens fra hus til hus, produceres de kun efter bestilling. Bestillingen sker normalt via en tømmerhandel. I figur 1.2 er vist nogle almindelige spærtyper. Valg af spærtype afhænger af flere ting f.eks. anvendelse af loftrum, udhængsdetalje, udseende af hus, afstand mellem understøtninger m.m. Hanebåndsspær vælges, hvor hulrummet mellem spærhovedet og spærfoden ønskes udnyttet. Spær leveres med spændvidder op til ca. 40 m. Før ingeniøren på spærfabrikken begynder en dimensionering af en serie af spær, skal kundens ønsker og forhold omkring byggeriet angives, se figur 1.3.

Ud over spærets hoveddimensioner skal egenvægte af tag- og loftkonstruktion angives. Tagdækningsmaterialet er normalt inddelt i to kategorier afhængig af egenvægten:

let tag: tagpap, eternit, stålplader (0.3 kN/m^2)

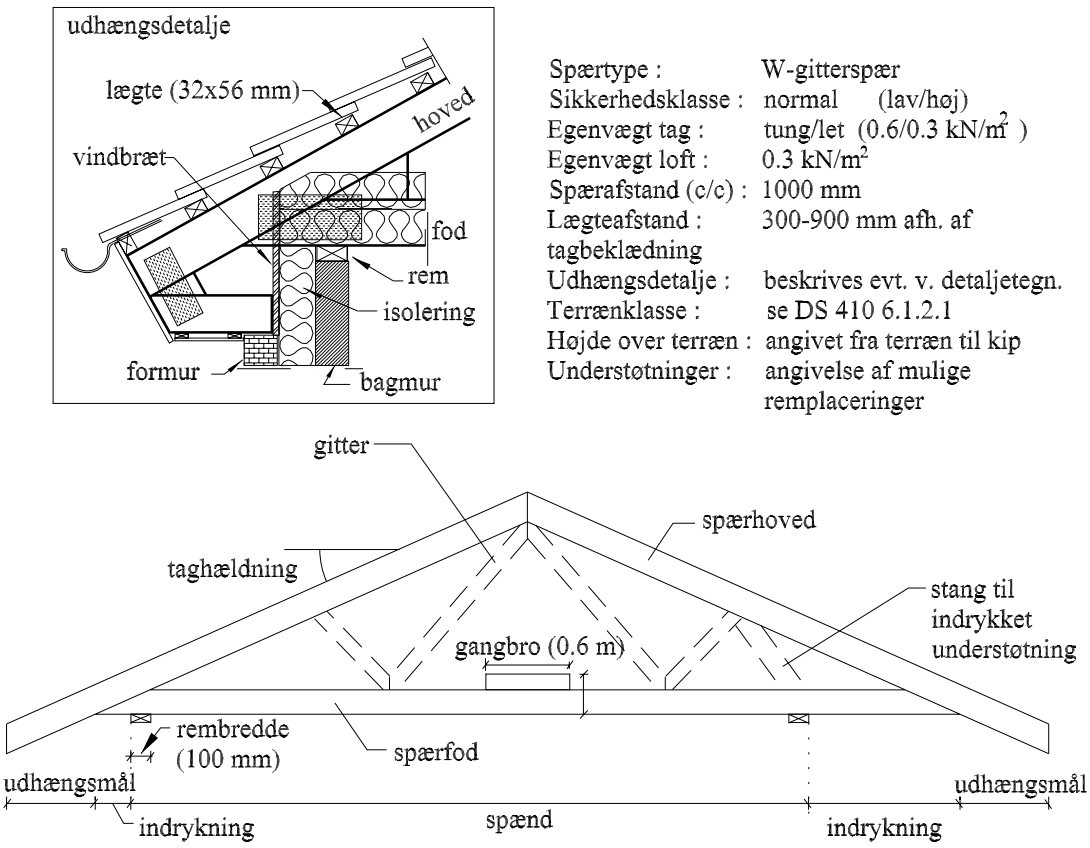
tungt tag: teglsten, betontagsten (0.6 kN/m^2)



Figur 1.2: Forskellige spærtyper.

De ovenfor angivet egenvægte er inklusiv underlag, lægter og *egenvægten af spærhovedet*. Egenvægten af loftbeklædning antages normalt at være 0.3 kN/m^2 inklusiv egenvægten af spærfoden. Ovennævnte laststørrelser er blot vejledende, men bruges i langt de fleste situationer.

Den ydre geometri af spæret bestemmes normalt af kunden eller arkitekten, hvorimod gitterføringen (ses med stiplede linier på figur 1.3) og dimensionerne af de enkelte træbjælker bestemmes af ingeniøren. Gitterføringen afhænger af størrelsen på spæret og af placeringen af understøtninger. I figur 1.3 ses i spærets højre side en indrykket understøtning, hvortil der er indsat en gitterstang. Denne stang sikrer, at reaktionen fra understøtningen fordeles i spæret. Uden denne stang ville spærfoden få en meget stor dimension og derved medføre en dyr konstruktion. Næsten alle understøtninger er indrykket, da spærene normalt understøttes af



Figur 1.3: Dimensioner, som bør angives til spærfabrik.

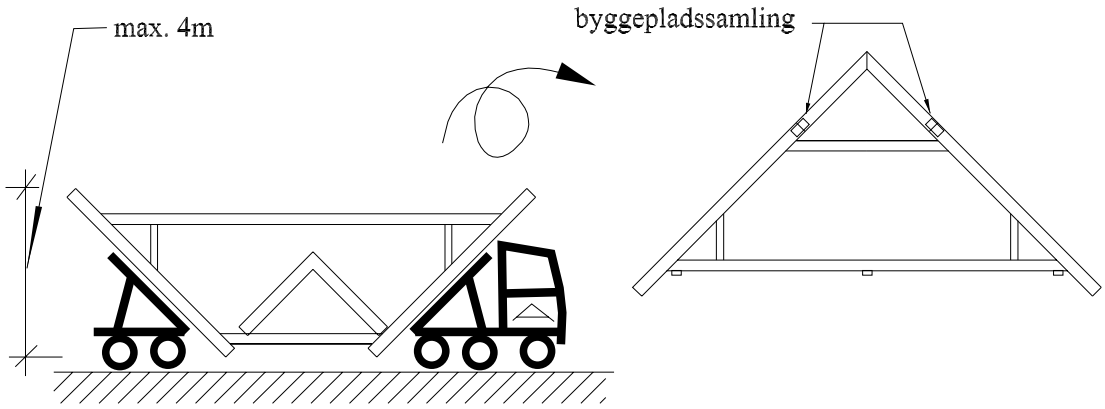
bagmuren via en rem, se udhængsdetalje i figur 1.3.

Der er mange dimensioner, der skal bestemmes ved dimensionering af træspær. Der er dog valgt "visse standarder"for nogle af dimensionerne. I langt de fleste tilfælde udføres hoved, fod og gitter med en tykkelse på 45 mm, og spærene opstilles med en afstand på 1000 mm (center til center) . Disse mål passer i byggesystemet med isoleringen, idet der opnåes en afstand på 955 mm mellem spærene, hvilket netop passer med en isoleringsbredde på 960 mm (ca. 1% sammentrykning).

Al spærtræ høvles på alle fire sider. Dette sker primært for at opnå samme tykkelse, så tandpladerne kan presses ordentligt i, og for at opnå veldefinerede højder af træet, så spærene kan afkortes og samles med tætte samlinger. Højderne af træet høvles i følgende mål: 58, 70, 95, 120, 145, 170, 195, 220 og 245 mm.

Der anvendes normalt nåletræ (gran eller fyr) af kvaliteten K18 og K24. Ønskes stærkere træstyrke kan K30, HQL (High Quality Lumber) eller Kerto-bjælker anvendes. HQL og Kerto bjælker er beskrevet i SBI 193.

Når en ordre er færdigproduceret, transporteres spærene med lastbil ud til byggepladsen. For at få en problemfri transport må et spær normalt ikke være højere end 4 m under transporten. Dette betyder, at store spær, som f.eks. hanebåndsspær, må samles til hele spær på byggepladsen, se figur 1.4. "Toppen"af hanebåndsspæret monteres ved byggepladssamlinger, hvilket er stødsamlinger med sømplader og kamsøm.



Figur 1.4: Transport og samling af hanebåndsspær.

I dag foregår en spærdimensionering ved hjælp af beregningsprogrammer. Ingeniøren indtaster oplysningerne angivet på figur 1.3. Herefter opstiller computeren en elementmetodemodel, som gennemregnes for et antal lastkombinationer. Til slut angiver programmet dimensioner på alle trædele og hvilke tandpladestørrelser, der skal bruges i samlingerne. Dog kan programmet (endnu) ikke foretage en optimal dimensionering automatisk. Der skal foretages mange justeringer af gitterføringen (model), placering af stødsamlinger, påførsel af punktlaster ved sammenbygninger (dragerspær), tandpladeplacering og størrelser m.m, hvilket betyder, at *ingeniøren præcist skal vide*, hvordan programmet regner på et spær.

I det følgende "dykker vi ned"i beregningerne af et spær.

Kapitel 2

Laster på spær og lastkombinationer

Spær skal normalt dimensioneres for følgende laster:

Egenvægt: Egenvægt af spæret samt de beklædninger, det bærer, dvs. tagbeklædning og loftsbeklædning. Hvis der er placeret gangbro eller gulv på spæret, skal det også medregnes. Der henvises i øvrigt til DS 410, kapitel 2.

Nyttelast: Spær med tagrum eller spær med gulvkonstruktioner (hanebåndsspær) skal regnes med forskellige nyttelaste. Størrelserne af nyttelasterne er afhængige af dimensionerne og anvendelsen af loftrummet/tagrummet. Der henvises i øvrigt til DS 410, kapitel 3.

Vind: Spær skal kunne modstå alle former for vindpåvirkninger fra forskellige retninger herunder udvendig og indvendig vindlast. Indvendig vindlast opstår, når der forekommer under- eller overtryk i de enkelte rum under tagfladen. I nogle tilfælde kan der opstå sug på taget, så samlinger ved remmen også skal dimensioneres for træk. Der henvises i øvrigt til DS 410, kapitel 6.

Sne: Spær skal kunne modstå alle former for påvirkninger med sne herunder alm. snebelastning, nedskridning fra højere beliggende tagflader, sneophobning ved lægivere eller trugformede tage. Nogle belastningstilfælde skal regnes uden sne på udhæng, idet snebelastninger ikke må virke stabiliserende. Der henvises i øvrigt til DS 410, kapitel 7.

Vandret masselast: Enhver lodret last kan give anledning til en vandret last, som skyldes rystelser i eller omkring konstruktionen eller konstruktioner ude af lod. Der henvises i øvrigt til DS 410, kapitel 10.

Alle ovenstående laster danner nogle forskellige lasttilfælde, som skal indsættes i forskellige lastkombinationer i brudgrænsetilstanden og i anvendelsesgrænsetilstanden. Opstilling af lastkombinationer skal ske iht. DS 409, kap. 5 (5.2.8). I bilag A er beskrevet et eksempel med bestemmelse af laster, lasttilfælde og lastkombinationer for et givet spær.

Lasterne fra tagbeklædningen overføres til selve spæret via lægter, se figur 1.3. Lasterne fra loftsbeklædningen overføres normalt via brædder (loftsforskalling) til spærfoden. I princippet er disse laster enkeltkræfter placeret på kanten af hoved eller fod. Hvis afstanden mellem lægterne/brædderne er under 40% af faglængden (afstanden mellem to knuder/samlinger), kan enkeltkræfterne ækvivaleres med en jævnt fordelt last.

Kapitel 3

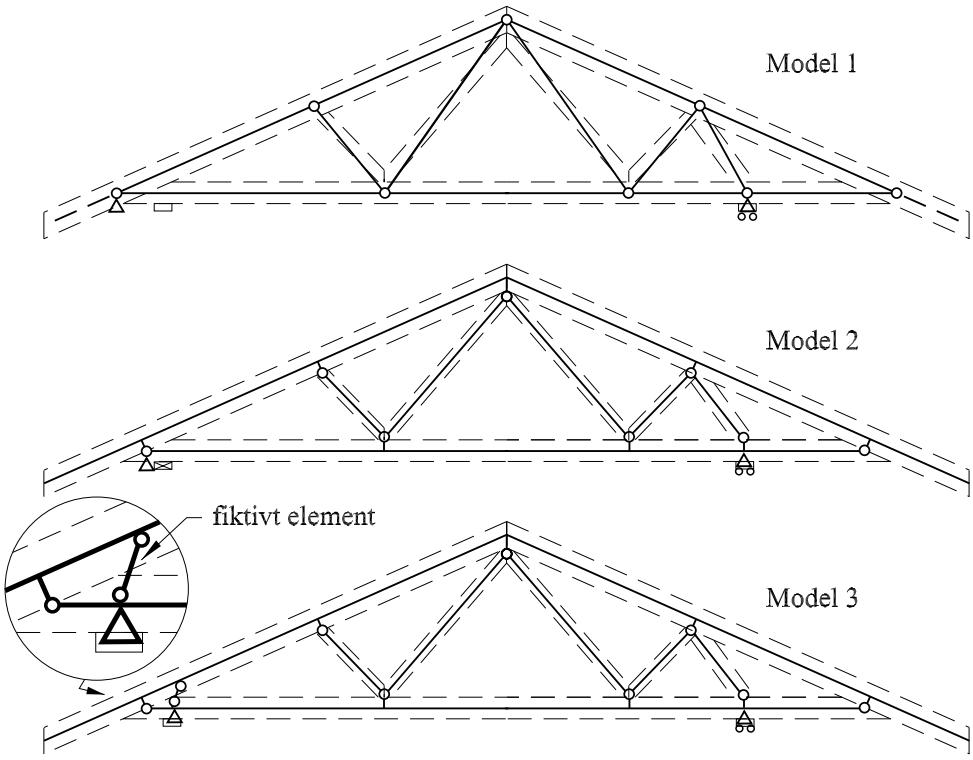
Spærmodel

Til beregningen af en trækonstruktion opstilles en bjælkemodel. Bjælkeelementerne skal iht. DS 413, pkt. 6.8.1 (1)P placeres langs systemlinierne og forbindes i knudepunkterne. Systemlinierne skal ligge inden for trædelenes tværsnit. I hoved og fod skal de dog være sammenfaldende med tyngdepunktslinien, se DS 413, pkt. 6.8.1 (2)P. Beregningsmodellerne er normalt lineær-elastiske. I figur 3.1 er vist tre forskellige modeller.

Model 1 er en simpel model, hvor alle knuder er modelleret ved charnierer. De jævn fordelte laster på spæret omregnes til enkeltkræfter i knudepunkterne. Stangkræfterne i de enkelte trædele kan bestemmes ved løsskæring af knuder eller Ritters snitmetode. Efterfølgende indføres nogle overslagsmomenter, idet spærhoved og -fod er kontinuerte bjælker. Der henvises i øvrigt til DS 413, pkt. 6.8.3. Modellen er i dag forældet, idet den ikke er særlig nøjagtig, og den bør kun anvendes i de få tilfælde, hvor remmen ligger lodret under understøtningsknudepunktet i modellen.

Model 2 Alle (hoved)elementer er placeret i trædelenes tyngdepunktslinier, og der er indført nogle små hjælpeelementer for at tage hensyn til excentriciteter, der opstår ved samlingerne. Hvor trædelene er kontinuerte, regnes elementerne sammenhængende i en stiv (momentoverførende) forbindelse. Mellem alle trædele er placeret et charnier, hvilket vil sige, at metalpladerne, som forbinder trædelene, ikke *regnes* at overføre momenter. I virkeligheden kan disse tandplader let overføre momenter. Model 2 har også problemer, når understøtningen (remmen) ikke er placeret lodret under understøtningspunktet i modellen.

Model 3 Her er der prøvet at tage hensyn til, at der overføres et moment i den venstre hælsamling. Dette er gjort ved at indføre et såkaldt "fiktivt element" mellem spærhoved og -fod. Det fiktive element medfører, at hælsamlingen modelleres som momentoverførende. Der opstår normalt en momentspids i



Figur 3.1: Tre forskellige spærmodeller.

spærhovedet over det fiktive element. Bemærk, at model 3 bedre kan tage hensyn til en indrykket understøtning.

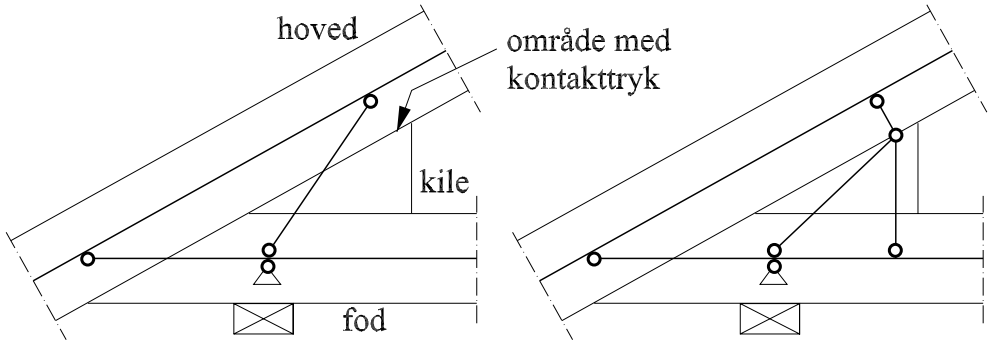
Kræfterne i trædelene omkring en samling overføres enten via tandpladen eller ved kontakttryk mellem de tilstødende trædele. En beregningsmodel giver snitkræfterne i hver enkelt trædel og angiver nedbøjningen af knudepunkterne. De reelle kræfter i selve samlingerne er dog i mange tilfælde ikke givet direkte (hvor store er kræfterne, som overføres via pladen/kontakttryk?), og de må bestemmes efterfølgende vha. nogle statiske antagelser. Med charnierer i samlingerne kan bjælkeelementerne kun rotere i forhold til hinanden - der kan ikke ske en relativ flytning. I spær med tandplader vil trædelene dog forskubbe sig ved samlingerne, og disse deformationer vil bidrage til spærets overordnede nedbøjning.

Ovenstående problemer kan løses ved at bruge en mere avanceret model med forskellige specialelementer, der modellerer stivheden for henholdsvis tænder, tandpladen og kontakt mellem trædelene. En introduktion til denne model er beskrevet i "Stiffness Analysis of Nail-plate Joints Subjected to Short-Term Loads", Aalborg University, Ph.D.-thesis, Jacob Nielsen, 1996.

I det følgende arbejdes kun med model 3. I dag anvendes spærmodeller med forskellige former for fiktive elementer i vid udstrækning i de kommercielle beregningsprogrammer til spær med tandplader.

3.1 Modellering af hælsamling

Samlingen mellem hoved og fod kaldes en hælsamling. I figur 3.2 er vist en hælsamling modelleret med to forskellige modeller, hvori der indgår en og tre fiktive elementer. Hælsamlingen er særlig interessant, ikke kun fordi store kræfter skal overføres her, men også pga. at de dimensionsgivende snitkræfter for spærhovedet tit optræder i området over hælsamlingen. Størrelsen af disse snitkræfter er meget afhængig af, hvordan hælsamlingen modelleres.



Figur 3.2: To forskellige modelleringer af hælsamling.

I figur 3.2 til venstre er vist en modellering med et fiktiv element løbende fra understøtningen på foden op til området med kontakt mellem hoved og kile. Ideen med at placere et fiktivt element her er, at samlingen modelleres stivere, og der vil opstå en momentforøgelse i spærhovedet, hvilket stemmer overens med virkeligheden. Der er imidlertid et problem, idet kontakttrykket bør overføres vinkelret på hovedet (fugen), men i modellen vil det fiktive element overføre kræfter i elementets retning, som i langt de fleste tilfælde *ikke* står vinkelret på hovedet, se figur 3.2 til venstre. I forbindelse med kontakttryk vil der dog opstå friktionskræfter i en retning parallel med hovedet, men det betragtes som værende på den usikre side at medregne dette bidrag.
Da kræfterne i samlingen kan overføres på flere forskellig måder, er systemet statisk ubestemt. Dette emne berøres i opgave 7.

En anden løsning er at modellere samlingen som vist i figur 3.2 til højre, hvor tre fiktive elementer er brugt. Denne modellering betyder, at der kun bliver overført kontaktkræfter vinkelret på fugen mellem hoved og kile.

Begge ovenstående modeller forudsætter, at der altid er tryk i de fiktive elementer mellem hoved og fod. Hvis der for en lastsituation opstår træk i disse elementer, må der gøres andre betragtninger.

Kapitel 4

Styrke og stivhed af konstruktionstræ

Til opstilling af beregningsmodel og efterfølgende bæreevneeftervisning er det nødvendigt at kende stivheden og styrken af træet. I modsætning til stål er træs styrke- og stivhedsparametre ikke umiddelbart givet. De afhænger af træ kvaliteten (styrkeklassen), fiberretningen, fugtigheden i træet og lastvarigheden. I dette kapitel angives, hvordan stivheden og styrken af træ skal beregnes.

4.1 Stivhedsegenskaber af konstruktionstræ

Når en model til bestemmelse af snitkræfter og deformationer skal opstilles, er det nødvendigt at kende træets stivhedsegenskaber. Der arbejdes normalt med elasticitetsmodulet parallelt med fibrene (index 0 $\Leftrightarrow 0^o$), som deles op i følgende:

E_0 Middelværdi af elasticitetsmodulet parallelt med fibrene. Anvendes ved deformations beregning i anvendelsesgrænsetilstanden.

$E_{0,k}$ Karakteristisk værdi (5% fraktil) af elasticitetsmodulet parallelt med fibrene. Anvendes ved beregninger i brudgrænsetilstanden.

Karakteristiske værdier af elasticitetsmodulet er angivet i DS 413, tabel 3.2. Stivhedsegenskaberne er, udover fiberretningen, også afhængig af styrkeklasse (f.eks. K18, K24, ect.), lastvarigheden og fugtigheden i træet. I tabel 4.1 er angivet karakteristiske stivhedstal for K18 og K24.

I *anvendelsestilstanden* anvendes E_0 i beregningerne af konstruktionens øjeblikkelige nedbøjninger, u_{inst}. Efterfølgende multipliceres faktorer på de beregnede (initial-) deformationer ved udtrykket (DS 413 pkt. 6.3.2):

$$u_{fin} = u_{inst}(1 + \psi_2 \, k_{def}) \tag{4.1}$$

stivhedstal		K24	K18
E-modul ‖ med fibre, middelværdi	E_0	10500	9000
E-modul ‖ med fibre, 5%-fraktil	$E_{0,k}$	7000	6000
E-modul ⊥ på fibre, middelværdi	E_{90}	350	300
forskydningsmodul, middelværdi	G	700	600

Tabel 4.1: Karakteristiske stivhedstal i MPa for nåletræ i styrkeklasse K18 og K24.

hvor

u_{fin} er konstruktionens slutdeformation for en given last.

u_{inst} er den øjeblikkelige deformation fra den karakteristiske last (f.eks. 1.0·Sne) fundet med E_0 anvendt i beregningsmodellen.

ψ_2 er en faktor svarende til den kvasi-permanente lastandel. Denne faktor angiver, hvor stor en del af lasten som regnes at virke som langvarig, se tabel 4.2.

Lasttype	Egenlast	Nyttelast	Snelast	Vindlast
ψ_2	1.0	0.3	0	0

Tabel 4.2: ψ_2, andel af lasten, som skal regnes langvarig.

k_{def} er en faktor, som tager hensyn til fugtindholdets indflydelse på stivheden af trækonstruktioner udsat for langvarig last. Værdier af k_{def} er angivet i tabel 4.3.

	Anvendelsesklasse		
	1	2	3
k_{def}	0.6	0.8	2.0

Tabel 4.3: k_{def} for konstruktionstræ i afhængighed af anvendelsesklasse.

Definitionen på anvendelsesklasser er angivet i DS 413 afs. 1.4.1. Spær regnes normalt i anvendelsesklasse 2.[1]

På side 19 er angivet et eksempel, som viser brugen af ovenstående, og i bilag B er beregning af spær i anvendelsesgrænsetilstanden uddybet.

[1] Ved beregning af hanebåndsspær med permanent bolig er det forsvarligt at regne træbjælkerne i bjælkelaget (spærfoden) i anvendelsesklasse 1.

Til beregninger i *brudgrænsetilstanden* skal det regningsmæssige elasticitetsmodul, E_d, regnes af (DS 413 afs. 6.4): ($E_k = E_{0,k}$)

$$E_d = \frac{E_k}{(1 + \psi_2 \, k_{def})\gamma_m} \tag{4.2}$$

hvor γ_m er partialkoefficienten for materialeparametrene, som afhænger af sikkerhedsklassen, se tabel 4.4.

	Sikkerhedsklasse		
	Lav	Normal	Høj
γ_m	1.48	1.64	1.8

Tabel 4.4: Partialkoefficient for konstruktionstræ i normal kontrolklasse.

ψ_2 afhænger som bekendt af lastvarigheden, se tabel 4.2. Hvor en lastkombination består af laster fra forskellige lastgrupper, kan den værdi af ψ_2, der svarer til den mest kortvarige last, anvendes.

I spær med træ af samme styrkeklasse, og hvor snitkræfterne findes på baggrund af lineær-elastiske beregninger uden hensyn til 2. ordens udbøjninger, har størrelsen af E_d ingen betydning for størrelsen af snitkræfterne. Der skal dog stadig anvendes forskellige værdier af E_d, når der anvendes trædele med forskellige styrkeklasser.

4.2 Styrkeegenskaber af konstruktionstræ

Ligesom stivhedstallene afhænger træets styrke af styrkeklasse, fiberretning, fugtighed i træet og lastvarighed. Karakteristiske styrkeværdier, f_k, er angivet i DS 413, tabel 3.2.

De regningsmæssige styrkeværdier, f_d, findes af (DS 413 afs. 6.4):

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} \, k_{mod} \tag{4.3}$$

hvor γ_m er angivet i tabel 4.4. k_{mod} tager hensyn til styrkens reduktion med tiden som følge af den kombinerede virkning af lastvarighed og fugt. k_{mod} er angivet i DS 413, tabel 6.4. De regningsmæssige styrker for konstruktionstræ i styrkeklasse K18 og K24 er angivet i tabel 4.5.

		Konstruktionstræ									
Styrkeklasse		K24					K18				
Lastgruppe		P	L	M	K	Ø	P	L	M	K	Ø
bøjn. ‖ m. fibrene	$f_{m,d}$	8.8	10.2	11.7	13.2	16.1	6.6	7.7	8.8	9.9	12.1
træk ‖ m. fibrene	$f_{t,0,d}$	5.9	6.8	7.8	8.8	10.7	3.7	4.3	4.9	5.5	6.7
træk ⊥ på fibrene	$f_{t,90,d}$	0.18	0.21	0.24	0.27	0.34	0.18	0.21	0.24	0.27	0.34
tryk ‖ m. fibrene	$f_{c,0,d}$	7.3	8.5	9.8	11.0	13.4	5.5	6.4	7.3	8.2	10.1
tryk ⊥ på fibrene	$f_{c,90,d}$	1.28	1.49	1.71	1.92	2.35	1.28	1.49	1.71	1.92	2.35
forskydning	$f_{v,d}$	1.10	1.28	1.46	1.64	2.01	1.10	1.28	1.46	1.64	2.01

Hvor en lastkombination består af laster fra forskellige lastgrupper, kan den styrkeværdi, der svarer til den mest kortvarige last, anvendes.

Tabel 4.5: Regningsmæssige styrketal i MPa for konstruktionstræ i anvendelsesklasse 1 og 2, normal sikkerhedsklasse.

I tabel 4.5 er angivet værdier for bøjningsstyrken, f_m, og træk- og trykstyrken, f_t, f_c, parallel og vinkelret på fiberretningen. Bemærk træets ringe styrke ved træk vinkelret på fibrene.

Lastgrupperne er defineret i DS 413, kap. 4. Eksempler på laster og lastgrupper er angivet i tabel 4.6.

Typeangivelse	varighed	typiske laster i gruppen
P-last	permanent last	egenvægt
L-last	langtidslast	
M-last	mellemlang last	nyttelast i tagrum
K-last	korttidslast	snelast
Ø-last	øjeblikkelig last	vindlast, tilfældig personlast på tag

Tabel 4.6: Definition af lastgrupper.

Kapitel 5

Bæreevneeftervisning af træ

Med kendt variation af snitkræfterne i de enkelte trædele skal det eftervises, at de skønnede dimensioner på træelementerne i spæret overholder *bæreevnekriterierne*. Overholder snitkræfterne bæreevnekriterierne i alle tværsnit, er trædelene dimensioneret forsvarligt mod brud. Bæreevnekriterierne er normalt empiriske formler, som er baseret på utallige forsøg.

Spærhoved og -fod er påvirket af både normal-, forskydningskraft og moment. Gitterstængerne regnes normalt kun påvirket med en træk- eller trykkraft.

5.1 Bæreevneeftervisning af stænger

Elementer, der *kun* er påvirket til træk eller tryk, kaldes stænger. Trykstænger kaldes for søjler. Er lastens angrebslinie sammenfaldende med stangens tyngdepunktslinie, er stangen centralt belastet. I dette afsnit antages, at kraften er parallel med fiberretningen i træet.

5.1.1 Centralt belastede trækstænger

Iht. DS 413 pkt. 6.4.1.1 skal følgende betingelse overholdes:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} \leq 1 \tag{5.1}$$

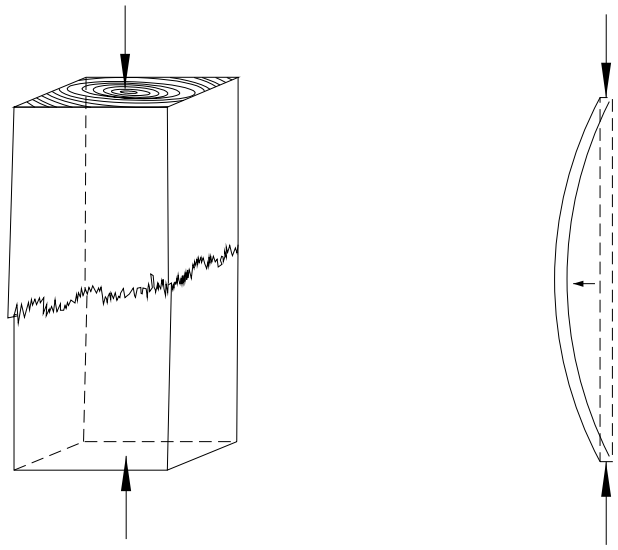
hvor $\sigma_{t,0,d}$ er træknormalspændingen fundet ved Naviers formel, ($\sigma = N/A$).

5.1.2 Søjler

I centralt belastede trykstænger kan svigt skyldes to ting:

Stukning: Træfibrene trykkes ind i hinanden, se figur 5.1 til venstre.

Instabilitet: Dersom trykstangen er tilstrækkelig lang, opstår *søjlevirkning* i stangen, se figur 5.1 til højre.



Figur 5.1: Brudformerne: stukning og søjlevirkning.

Da bæreevnekriterierne for søjler i princippet er de samme som for bjælkesøjler, henvises til bæreevneberegningen i afsnit 5.2.3 på side 20.

5.2 Bæreevneeftervisning af bjælker

Konstruktionsdele, hvori der også optræder moment (f.eks fra en tværlast), kaldes bjælker. Der skelnes mellem bjælker med negativ (tryk) eller positiv normalkraft (træk). Eksisterer en tryknormalkraft i bjælken, kaldes den en bjælkesøjle.

I bjælker med stor længde og tværsnitshøjde i forhold til tværsnitsbredden (slanke bjælker) kan der, hvis bjælken ikke er fastholdt mod udbøjning eller vridning, optræde et instabilitetsfænomen kaldet *kipning*. Bæreevneberegning mht. kipning er angivet i DS 413 afs. 6.4.2.2 eller i SBI 193 kap. 5. Kipningsbæreevnen er normalt ikke "farlig" for spær og behandles derfor ikke nærmere.

5.2.1 Bjælker med træk og/eller moment

Iht. DS 413 pkt. 6.4.1.9 skal følgende betingelser overholdes:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \tag{5.2}$$

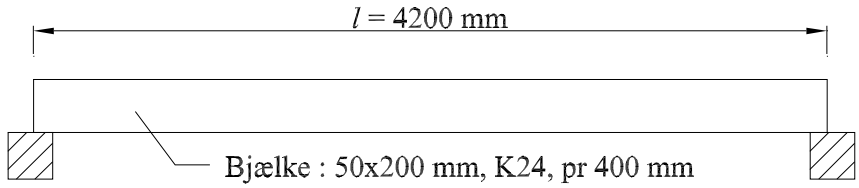
$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \tag{5.3}$$

k_m er en formfaktor, som er 0.7 for rektangulære tværsnit. $\sigma_{m,y,d}$ og $\sigma_{m,z,d}$ er de regningsmæssige bøjningsspændinger om y- og z-aksen henholdsvis. ($\sigma_{m,y,d} = M_{y,d}/W_y$). Faktoren k_m skyldes, at området med maksimale bøjningsspændinger i bjælker med *skæv bøjning* (bøjning om to akser) er lille, og derfor er sandsynligheden for brud reduceret.

Bemærk, at (5.2) og (5.3) stemmer med (5.1), når $\sigma_{m,y,d} = \sigma_{m,z,d} = 0$.

5.2.2 Eksempel: Dimensionering af gulvbjælke i bolig

I figur 5.2 er vist en gulvbjælke, som spænder over en kælder. En loft/gulvkonstruktion opbygges omkring bjælken. Oven på gulvet etableres beboelse og evt. lette skillevægge.



Egenvægt gulvkonstruktion inkl. bjælke	0.6 kN/m2	
Skillevægge	0.5 kN/m2	
Nyttelast (kategori A)	2.0 kN/m2	ψ=0,5
Anvendelsesklasse : 1		

Figur 5.2: Gulvbjælke i bolig.

Det ønskes eftervist, at gulvbjælkerne har den fornødne styrke og stivhed.

Dimensionering i brudgrænsetilstanden:

Iht. DS 409 5.2.8 skal bjælken dimensioneres for hele egenvægten plus 1.3 gange nyttelasten: Linielast pr meter bjælke, p, findes:

$$p = \left(1.0(0.6 + 0.5)\text{kN/m}^2 + 1.3 \cdot 2.0 \text{ kN/m}^2\right) 0.4 \text{ m} = 1.48 \text{ kN/m} \tag{5.4}$$

Snitkræfter: $N = 0$ kN $\quad M_y = \frac{1}{8} \cdot p \cdot l^2 \simeq 3.26$ kNm $\quad M_z = 0$
Spændinger:

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{3.26 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{\frac{1}{6} \cdot 50 \cdot 200^2 \text{ mm}^3} = 9.78 \text{ MPa} < f_{m,d} = 13.2\text{MPa} \quad \text{OK!} \tag{5.5}$$

<u>Dimensionering i anvendelsesgrænsetilstanden:</u>
Vejledende stivhedskrav DS 413 6.3.1 (2):
$u_{fin} < l/450$ for en jævn fordelt Ø-last på 2.0 kN/m^2, hvor l er spændvidden.

Nedbøjningen findes af:

$$u_{inst} = \frac{5}{384} \frac{p \cdot l^4}{E_0 \cdot I} = \frac{5(2 \cdot 0.4)\text{N/mm} \cdot 4200^4 \text{ mm}^4}{384 \cdot 10500 \text{ MPa} \cdot \frac{1}{12} \cdot 50 \cdot 200^3 \text{ mm}^4} \simeq 9.26 \text{ mm} \tag{5.6}$$

Den endelige nedbøjning for Ø-lasten (ψ_2=0 for en Ø-last) findes af

$$\begin{aligned} u_{fin} &= u_{inst}(1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \\ &= 9.26 \text{ mm } (1 + 0 \cdot 0.6) \simeq 9 \text{ mm} < \frac{4200 \text{ mm}}{450} = 9.3 \text{ mm} \end{aligned} \tag{5.7}$$

Stivhedskravet er dermed overholdt.

Hvorfor er det stivhedsparameteren E_0, der anvendes, når belastningen sker vinkelret på fibrene? Det kan umiddelbart virke underligt, men bjælken påvirkes primært til bøjning, hvorved nedbøjningen sker ved forlængelse og sammentrykning *parallelt* med fibrene. Ved understøtningspunkterne vil der optræde en forøget belastning vinkelret på fibrene, hvorved der vil ske en sammentrykning, som også vil bidrage til den totale nedbøjning. Sammentrykningen vinkelret på fibrene er dog lille sammenlignet med nedbøjningen hidrørende fra momentet. Ønskes sammentrykningen vinkelret på fibrene udregnet, skal E_{90} anvendes, se tabel 4.1 på side 14. □

5.2.3 Bjælkesøjler og søjler

Ligesom i tilfældet med trykstænger kan der i bjælkesøjler optræde stukning eller søjlevirkning, se figur 5.1. Hvilke af de to svigtformer, der er "farligst", kan vurderes ved bestemmelse af *de relative slankhedstal*, $\lambda_{rel,y}$ og $\lambda_{rel,z}$:

$$\text{og} \quad \left.\begin{aligned} \lambda_{rel,y} &\leq 0.5 \\ \lambda_{rel,z} &\leq 0.5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{ stukning (ingen søjlevirkning)} \tag{5.8}$$

$$\text{eller} \quad \left.\begin{aligned} \lambda_{rel,y} &> 0.5 \\ \lambda_{rel,z} &> 0.5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{ søjlevirkning} \tag{5.9}$$

Hvis $\lambda_{rel,y}$ og $\lambda_{rel,z}$ begge er ≤ 0.5 vil brudformen, stukning, være farligst. Hvis blot *et* af de relative slankehedstal er > 0.5, er søjlevirkning gældende.
$\lambda_{rel,y}$ og $\lambda_{rel,z}$ beregnes af:

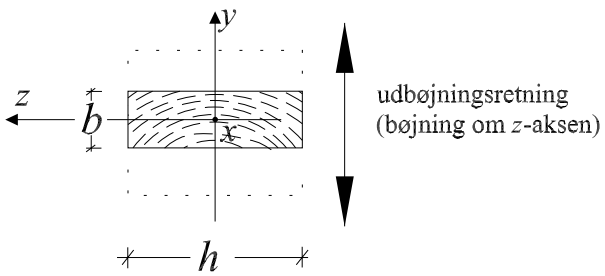
$$\text{bøjning om y-aksen} \qquad \lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} \tag{5.10}$$

$$\text{bøjning om z-aksen} \qquad \lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} \tag{5.11}$$

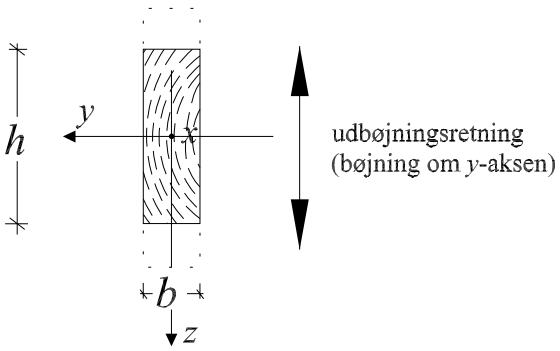
I (5.10) og (5.11) indgår λ_y og λ_z som *de geometriske slankhedstal* svarende til bøjning om y- og z-aksen henholdsvis.

For et *rektangulært tværsnit* er λ_y og λ_z givet ved:

$$\lambda_z = \frac{l_s}{i_z} = \frac{l_s}{\sqrt{\frac{I_z}{A}}} = \frac{l_s}{b}\sqrt{12} \tag{5.12}$$



$$\lambda_y = \frac{l_s}{i_y} = \frac{l_s}{\sqrt{\frac{I_y}{A}}} = \frac{l_s}{h}\sqrt{12} \tag{5.13}$$



i_z og i_y er inertiradier om henholdsvis z- og y-aksen, mens l_s er den frie søjlelængde (søjlelængder defineres på side 24). Med akser defineret som ovenstående kaldes bøjning om y-aksen også "bøjning om stærk akse", og bøjning om z-aksen kaldes "bøjning om svag akse".

I tilfælde *uden søjlevirkning* (stukning) skal følgende to betingelser overholdes iht. DS 413 pkt. 6.4.1.10:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + k_m\,\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \tag{5.14}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} + k_m\,\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \tag{5.15}$$

k_m er defineret på side 19.

I tilfældet *med søjlevirkning* skal der tages hensyn til forhåndskrumninger og excentriciteter i bjælken. Disse forhold er indbygget i følgende to betingelser, som skal overholdes iht. DS 413 pkt. 6.4.2.1:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y}\ f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \tag{5.16}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z}\ f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \tag{5.17}$$

hvor

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \tag{5.18}$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} \tag{5.19}$$

$$k_y = 0.5\left(1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0.5) + \lambda_{rel,y}^2\right) \tag{5.20}$$

$$k_z = 0.5\left(1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0.5) + \lambda_{rel,z}^2\right) \tag{5.21}$$

β_c er en faktor, som indregner såvel geometriske som mekaniske imperfektioner, dvs. forhåndskrumninger og egenspændinger i materialet. Jo større imperfektioner, jo større værdi af β_c. β_c er 0.2 for konstruktionstræ, hvilket er baseret på en forhåndskrumning på ca. 0.003 gange længden af søjlen, se også SBI 193.
For konstruktionstræ er k_c, som funktion af λ_{rel}, angivet i tabel 5.1 på side 23.
Der henvises til SBI 193 kap. 4.3 for udledning af ovenstående udtryk.

λ_{rel}	0	1	2	3
0.000	1.0	0.7298	0.2279	0.1046
0.025	1.0	0.7087	0.2226	0.1029
0.050	1.0	0.6875	0.2175	0.1013
0.075	1.0	0.6665	0.2125	0.0997
0.100	1.0	0.6457	0.2077	0.0982
0.125	1.0	0.6253	0.2031	0.0966
0.150	1.0	0.6054	0.1986	0.0952
0.175	1.0	0.5859	0.1943	0.0937
0.200	1.0	0.5671	0.1901	0.0923
0.225	1.0	0.5488	0.1861	0.0909
0.250	1.0	0.5312	0.1821	0.0896
0.275	1.0	0.5142	0.1783	0.0882
0.300	1.0	0.4979	0.1746	0.0869
0.325	1.0	0.4821	**0.1711**	0.0857
0.350	1.0	0.4670	0.1676	0.0844
0.375	1.0	0.4524	0.1642	0.0832
0.400	1.0	0.4385	0.1610	0.0820
0.425	1.0	0.4251	0.1578	0.0809
0.450	1.0	0.4122	0.1547	0.0797
0.475	1.0	0.3999	0.1517	0.0786
0.500	1.0	0.3881	0.1488	0.0775
0.525	0.9932	0.3767	0.1460	0.0764
0.550	0.9860	0.3658	0.1432	0.0754
0.575	0.9783	0.3553	0.1406	0.0744
0.600	0.9702	0.3453	0.1380	0.0734
0.625	0.9615	0.3356	0.1355	0.0724
0.650	0.9522	0.3264	0.1330	0.0714
0.675	0.9422	0.3175	0.1306	0.0705
0.700	0.9315	0.3089	0.1283	0.0696
0.725	0.9199	0.3007	0.1260	0.0686
0.750	0.9073	0.2927	0.1238	0.0678
0.775	0.8938	0.2851	0.1217	0.0669
0.800	0.8793	0.2778	0.1196	0.0660
0.825	0.8638	0.2707	0.1175	0.0652
0.850	0.8471	0.2639	0.1156	0.0644
0.875	0.8295	0.2573	0.1136	0.0635
0.900	0.8109	0.2510	0.1117	0.0628
0.925	0.7915	0.2449	0.1099	0.0620
0.950	0.7714	0.2390	0.1081	0.0612
0.975	0.7508	0.2333	0.1063	0.0605

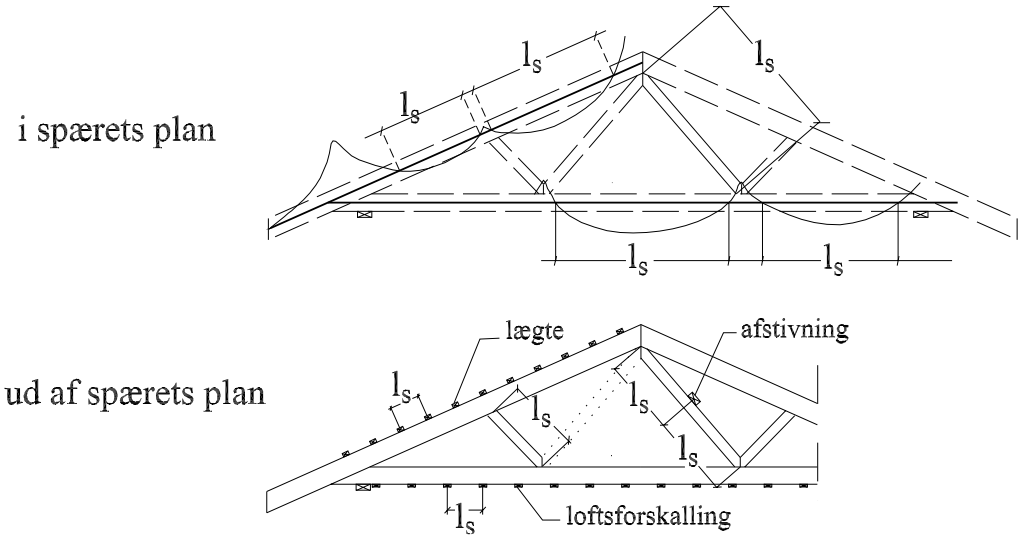
Tabel 5.1: k_c som funktion af λ_{rel} for konstruktionstræ.
Eks: $\lambda_{rel} = 2.325 \Rightarrow k_c = 0.1711$.

Tilbage står nu spørgsmålet om den fri søjlelængde. I DS 413 pkt. 6.8.4(1) er angivet, at søjlelængden kan sættes lig med afstanden mellem to tilgrænsende momentnulpunkter. I tabel 5.2 er angivet, hvilke søjlelængder der kan anvendes på forskellige spærkomponenter.

l_s	hoved	fod	gitter
i spær plan	mom.nulpkt.	mom.nulpkt.	faglængden
ud af spær plan	lægteafstanden	afstivn.længde	afstivn.længde

Tabel 5.2: Længder på den frie søjlelængde for spærets trædele.

I figur 5.3 er vist eksempler på søjlelængder for de enkelte trædele.



Figur 5.3: Eksempler på søjlelængder i og ud af spærets plan.

Søjlelængderne i spærets plan kan også bestemmes ved en forenklet beregning. Iht. DS 413 pkt. 6.8.4(3) kan følgende effektive søjlelængder antages:

Uden væsentlige endemomenter:

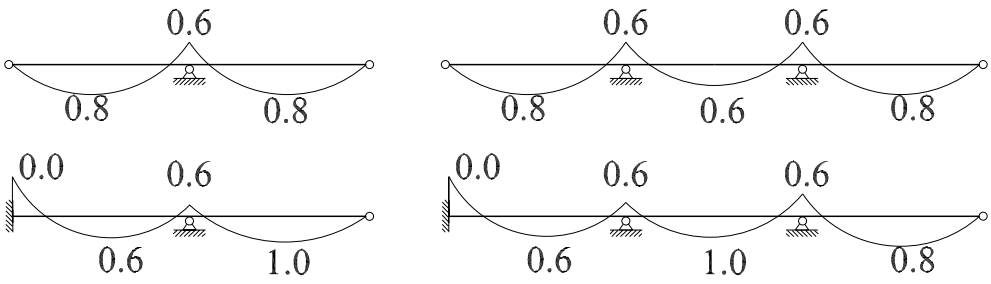
I et yderfag	0.8 · faglængden.
I et inderfag	0.6 · faglængden.
Ved en knude	0.6 · største tilstødende faglængde.

Med væsentlige endemomenter:

Ved bjælkeende med moment	0.0 (ingen søjlelængde).
I næstsidste fag	1.0 · faglængden.
I øvrige fag og knudepunkter	Som angivet ovenfor.

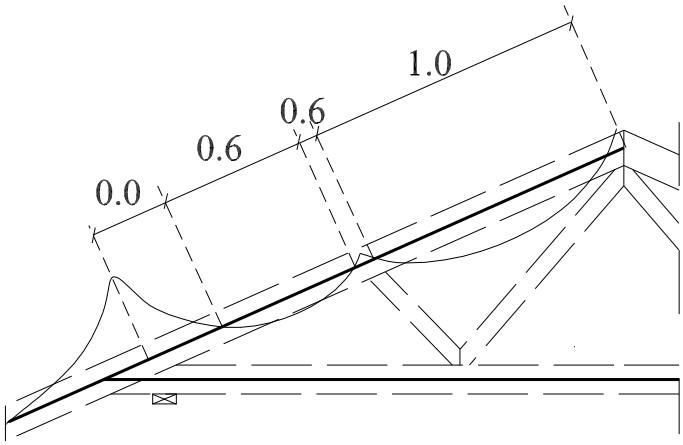
I SBI 193 er ovenstående regler illustreret ved figur 5.4.

I DS 413 er "væsentlige endemomenter" ikke nærmere defineret. Et typisk momentforløb i spærhovedet er vist i figur 5.5, hvor også faktorer til faglængderne



Figur 5.4: Faktorer til faglængden ved forenklet beregning af søjlelængder i spærets plan.

ved beregning af søjlelængderne er vurderet.



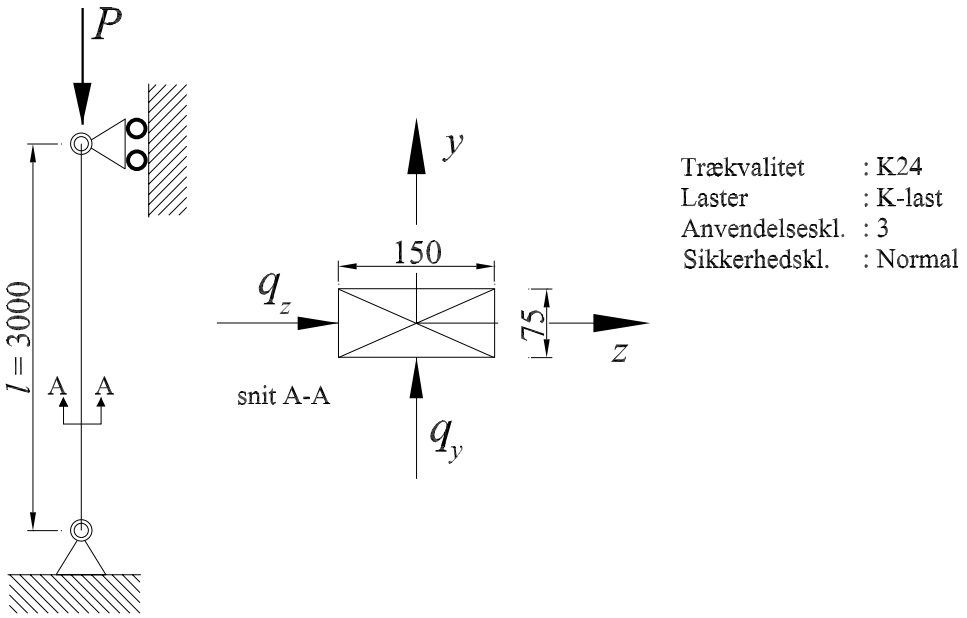
Figur 5.5: Vurderet faktorer til faglængden ved forenklet beregning af søjlelængder i spærets plan.

Afstivninger

Når bæreevnen for en bjælke ikke er overholdt, må dimensionen eller trækvaliteten øges. Ved bjælker, hvor søjlevirkningen ud af spærets plan er dimensionsgivende, kan søjlelængden ændres ved at indsætte en eller flere afstivninger, se også afsnit 6.1 på side 38. I figur 5.3 på side 24 og i figur 6.1 på side 35 er placeret en afstivning på en gitterstang. Stangen med afstivningen i figur 5.3 har således kun den halve søjlelængde af en stang uden afstivning.
For at virke stabiliserende skal alle afstivninger have en vis stivhed og kunne optage stabiliseringskræfter fra søjlen. Beregninger af afstivninger er angivet i DS 413 afs. 6.10 og behandles ikke yderligere her.

5.2.4 Eksempel: Bæreevne af simpelt understøttet søjle

En simpelt understøttet søjle med en længde på 3000 mm ønskes undersøgt i forskellige understøtnings- og lastsituationer.



Figur 5.6: Simpelt understøttet søjle med en central last P og jævnt fordelte tværlaster q_y og q_z. Alle mål i mm.

Bemærk: $M_y = q_z \cdot l^2/8$ og $M_z = q_y \cdot l^2/8$. Følgende situationer ønskes undersøgt:

1. Den regningsmæssige søjlebæreevne $P_{\max}$ med $q_y = q_z = 0$ og fri udbøjning.

2. Den regningsmæssige tværbæreevne q_z med $q_y = 0$ og $P = 0.5 \cdot P_{\max}$. Udbøjningen er styret, således søjlen kun kan bøje om $y-$aksen.
3. Den regningsmæssige tværbæreevne q_y med $q_z = 0$ og $P = 0.5 \cdot P_{\max}$. Udbøjningen kan ske frit.
4. Den regningsmæssige tværbæreevne q_z med $q_y = 0$ og $P = 0.5 \cdot P_{\max}$. Udbøjningen kan ske frit.

Styrke og stivhedsværdierne er fundet til (se DS 413):

$$f_{c,0,k} = 20 \text{ MPa} \rightarrow f_{c,d} = \frac{20 \cdot 0.7}{1.64} = 8.5 \text{ MPa}$$
$$f_{m,k} = 24 \text{ MPa} \rightarrow f_{m,d} = \frac{24 \cdot 0.7}{1.64} = 10.2 \text{ MPa}$$
$$E_{0,k} = 7000 \text{ MPa}$$

Da der skal anvendes tværsnitskonstanter for udbøjning om begge akser, bestemmes de samlet herunder:
Konstanter for udbøjning om svag akse (z-akse):

$$\begin{aligned}
\lambda_z &= \frac{l_s}{t}\sqrt{12} = \frac{3000\text{ mm}}{75\text{ mm}}\sqrt{12} \simeq 138.6 \\
\lambda_{rel,z} &= \frac{\lambda_z}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} = \frac{138.6}{\pi}\sqrt{\frac{20\text{ MPa}}{7000\text{ MPa}}} \simeq 2.358 \\
k_z &= 0.5\left(1+\beta_c(\lambda_{rel,z}-0.5)+\lambda_{rel,z}^2\right) \\
&= 0.5\left(1+0.2(2.358-0.5)+2.358^2\right) \simeq 3.466 \\
k_{c,z} &= \frac{1}{k_z+\sqrt{k_z^2-\lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{3.466+\sqrt{3.466^2-2.358^2}} \simeq 0.166
\end{aligned}$$

Sammenlign evt. med værdier for k_c i tabel 5.1 på side 23.
Konstanter for udbøjning om stærk akse (y-akse):

$$\begin{aligned}
\lambda_y &= \frac{l_s}{h}\sqrt{12} = \frac{3000\text{ mm}}{150\text{ mm}}\sqrt{12} \simeq 69.3 \\
\lambda_{rel,y} &= \frac{\lambda_y}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} = \frac{69.3}{\pi}\sqrt{\frac{20\text{ MPa}}{7000\text{ MPa}}} \simeq 1.179 \\
k_y &= 0.5\left(1+\beta_c(\lambda_{rel,y}-0.5)+\lambda_{rel,y}^2\right) \\
&= 0.5\left(1+0.2(1.179-0.5)+1.179^2\right) \simeq 1.263 \\
k_{c,y} &= \frac{1}{k_y+\sqrt{k_y^2-\lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{1.263+\sqrt{1.263^2-1.179^2}} \simeq 0.583
\end{aligned}$$

Da $\lambda_{rel} > 0.5$ for begge akser, er det brudkriterierne med søjlevirkning, der er dimensionsgivende.

1: $P_{\max} = ?,\ q_z = q_y = 0$, udbøjning fri:
Da udbøjningen kan ske frit, vil brudkriteriet med bøjning om svag akse blive dimensionsgivende:

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_c}{k_{c,z}\cdot f_{c,d}} + \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,d}} + k_m\frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,d}} &\leq 1 \\
\frac{P_{\max}}{A\cdot k_{c,z}\cdot f_{c,d}} + 0 + 0 &\leq 1
\end{aligned}$$

idet A er tværsnitsarealet og $\sigma_{m,y} = \sigma_{m,z} = 0$. Den maksimale regningsmæssige søjlebæreevne kan da bestemmes til:

$$\begin{aligned}
P_{\max} &\leq A\cdot k_{c,z}\cdot f_{c,d} \\
&\leq (150\cdot 75)\text{mm}^2\cdot 0.166\cdot 8.5\text{ MPa} \simeq \underline{\mathbf{15.87}\text{ kN}}
\end{aligned}$$

2: $P = 0.5 \cdot P_{\max},\ q_z = ?,\ q_y = 0$, udbøjning styret:

Udbøjningen er styret (f.eks ved at søjlen er muret ind i en væg), således den kun kan ske om $y-$aksen, og brudkriteriet herfor bliver dimensionsgivende:

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_c}{k_{c,y} \cdot f_{c,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,d}} &\leq 1 \\
\frac{k_{c,z} \cdot f_{c,d}}{2 \cdot k_{c,y} \cdot f_{c,d}} + \quad 0 + \frac{M_y}{W_y \cdot f_{m,d}} &\leq 1 \\
\frac{k_{c,z}}{2 \cdot k_{c,y}} + \quad 0 + \frac{\frac{1}{8} \cdot q_z \cdot l^2}{\frac{1}{6} \cdot t \cdot h^2 \cdot f_{m,d}} &\leq 1
\end{aligned}$$

idet M_y og W_y er maksimum momentet og modstandsmomentet om $y-$aksen, henholdsvis. Den maksimale regningsmæssige værdi af tværlasten q_z kan bestemmes til:

$$\begin{aligned}
q_z &\leq \left(1 - \frac{k_{c,z}}{2 \cdot k_{c,y}}\right) \frac{8 \cdot t \cdot h^2 \cdot f_{m,d}}{6 \cdot l^2} \\
&\leq \left(1 - \frac{0.166}{2 \cdot 0.583}\right) \frac{8 \cdot 75 \text{ mm} \cdot 150^2 \text{ mm}^2 \cdot 10.2 \text{ MPa}}{6 \cdot 3000^2 \text{ mm}^2} \simeq \underline{\mathbf{2.18} \text{ kN/m}}
\end{aligned}$$

3: $P = 0.5 \cdot P_{\max},\ q_z = 0,\ q_y = ?$, udbøjning fri:

Da udbøjningen er fri, vil den ske om $z-$aksen, og brudkriteriet herfor bliver dimensionsgivende:

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_c}{k_{c,z} \cdot f_{c,d}} + \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,d}} &\leq 1 \\
\frac{k_{c,z} \cdot f_{c,d}}{2 \cdot k_{c,z} \cdot f_{c,d}} + \frac{M_z}{W_z \cdot f_{m,d}} + \quad 0 &\leq 1 \\
\frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{8} \cdot q_y \cdot l^2}{\frac{1}{6} \cdot h \cdot t^2 \cdot f_{m,d}} &\leq 1
\end{aligned}$$

idet M_z og W_z er max. momentet og modstandsmomentet om $z-$aksen, henholdsvis. Den maksimale regningsmæssige værdi af tværlasten q_y kan bestemmes til:

$$\begin{aligned}
q_y &\leq 0.5 \frac{8 \cdot h \cdot t^2 \cdot f_{m,d}}{6 \cdot l^2} \\
&\leq 0.5 \frac{8 \cdot 150 \text{ mm} \cdot 75^2 \text{ mm}^2 \cdot 10.2 \text{ MPa}}{6 \cdot 3000^2 \text{ mm}^2} \simeq \underline{\mathbf{0.64} \text{ kN/m}}
\end{aligned}$$

4: $P = 0.5 \cdot P_{\max},\ q_z = ?,\ q_y = 0$, udbøjning fri:

Da udbøjningen er fri, vil den måske ske om $z-$aksen. Brudkriteriet herfor giver:

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_c}{k_{c,z} \cdot f_{c,d}} + \frac{\sigma_{m,z}}{f_{m,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y}}{f_{m,d}} &\leq 1 \\
\frac{k_{c,z} \cdot f_{c,d}}{2 \cdot k_{c,z} \cdot f_{c,d}} + 0 + k_m \cdot \frac{M_y}{W_y \cdot f_{m,d}} &\leq 1 \\
\frac{1}{2} + 0 + 0.7 \frac{\frac{1}{8} \cdot q_z \cdot l^2}{\frac{1}{6} \cdot t \cdot h^2 \cdot f_{m,d}} &\leq 1
\end{aligned}$$

Den maksimale regningsmæssige værdi af tværlasten q_z kan bestemmes til:

$$\begin{aligned}
q_z &\leq 0.5 \frac{8 \cdot t \cdot h^2 \cdot f_{m,d}}{0.7 \cdot 6 \cdot l^2} \\
&\leq 0.5 \frac{8 \cdot 75 \text{ mm} \cdot 150^2 \text{ mm}^2 \cdot 10.2 \text{ MPa}}{0.7 \cdot 6 \cdot 3000^2 \text{ mm}^2} \simeq \underline{\mathbf{1.82} \text{ kN/m}}
\end{aligned}$$

Brudkriteriet for bøjning om $z-$aksen er således dimensionsgivende, idet q_z fundet her er mindre end q_z fundet under punkt 2. □

5.2.5 Forskydning

Iht. DS 413 pkt. 6.4.1.7(1)P skal følgende betingelse overholdes:

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1 \tag{5.22}$$

Forskydningsspændingerne findes af Grashofs formel. For *rektangulære tværsnit* er forskydningsspændingerne maksimale ved tværsnittets tyngdepunkt. De maksimale spændinger findes af:

$$\tau_y = \frac{3}{2} \frac{V_y}{A} \tag{5.23}$$

$$\tau_z = \frac{3}{2} \frac{V_z}{A} \tag{5.24}$$

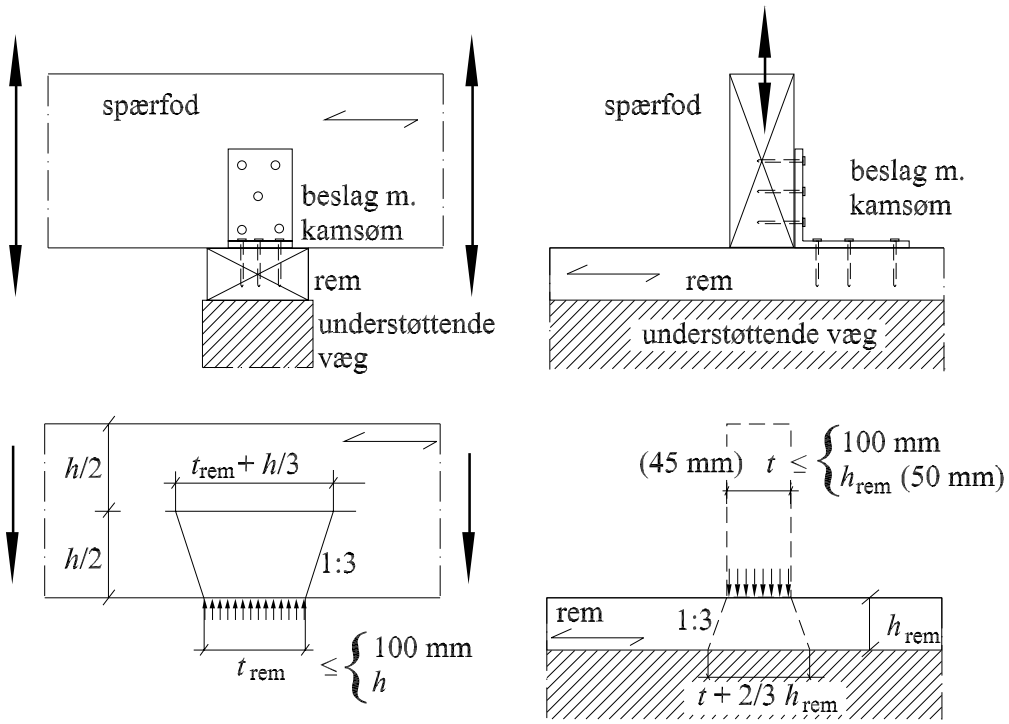
$$\tau_d = \sqrt{\tau_y^2 + \tau_z^2} \tag{5.25}$$

Forskydningskraften er relativ stor ved understøtninger. Imidlertid har det vist sig, at de maksimale forskydningsspændinger ved en understøtning ikke er så store som angivet ved Grashofs formel. Iht. DS 413 pkt. 6.4.1.7(2) tillades det at se bort fra forskydningskraften inden for en afstand h fra understøtningsfladen.

Der gælder specielle forhold i bjælker med udskæring, se DS 413 afs. 6.4.1.7.

5.2.6 Træk og tryk vinkelret på fibrene

Ved understøtninger og samlinger er der mulighed for, at bjælkerne kan få koncentrerede påvirkninger vinkelret på fiberretningen. På figur 5.7 er vist en typisk understøtningssamling. Spæret er fastgjort til remmen vha. et vinkelbeslag og kamsøm.



Figur 5.7: Påvirkninger ved en understøtning af en spærfod.

Det ses, at både spærfoden og remmen får træk og tryk vinkelret på fiberretningen. Påvirkningerne på søm og beslag behandles i kapitel 7. Med træk i samlingen er der risiko for flækning. Undersøgelse af dette fænomen behandles ligeledes i kapitel 7.

Brudbetingelsen for tryk vinkelret på fibrene er iht. DS 413 afs. 6.4.1.4 givet ved:

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{f_{c,90,d}} \leq 1 \tag{5.26}$$

Hvor lasten påføres over en bredde, b, der er $\leq$ 100 mm og er mindre end højden

af den belastede trædel, kan trykspændingerne i rem og fod beregnes af:

$$\text{fod} \qquad \sigma_{c,90,d} = \frac{F_{90,d}}{t(t_{rem} + h/3)} \tag{5.27}$$

$$\text{rem} \qquad \sigma_{c,90,d} = \frac{F_{90,d}}{t_{rem}(t + 2/3 \cdot h_{rem})} \tag{5.28}$$

hvor $F_{90,d}$ er den regningsmæssige last vinkelret på fiberretningen (evt. reaktionen fra spæret), og t er tykkelsen af spæret (45 mm).

5.2.7 Eksempel: Bæreevne af understøtning ved spær

En række spær med 45×145 mm fod er understøttet af en 50×100 mm rem. Både spær og rem ønskes udført i trækvalitet K18 i anvendelsesklasse 2 og normal sikkerhedsklasse. Remmen er understøttet af en 100 mm betonelementvæg. Hvor stor en K-last kan overføres ved tryk?
Den regningsmæssige trykstyrke er fundet til, se DS 413 og tabel 4.5 på side 16.

$$f_{c,90,k} = 3.5 \text{ MPa} \rightarrow f_{c,90,d} = \frac{3.5 \cdot 0.9}{1.64} = 1.92 \text{ MPa}$$

Den maksimale K-last, der kan overføres i tryk, $F_{c,max}$, bestemmes af:

$$\begin{aligned} F_{c,max,fod} &\leq f_{c,90,d} \cdot t \left(t_{\text{rem}} + \frac{h}{3} \right) \\ &\leq 1.92 \text{ MPa} \cdot 45 \text{ mm } (100 + \frac{145}{3})\text{mm} = \underline{\mathbf{12.82 \text{ kN}}} \\ F_{c,max,rem} &\leq f_{c,90,d} \cdot t_{\text{rem}} \left(t + \frac{2 \cdot h_{\text{rem}}}{3} \right) \\ &\leq 1.92 \text{ MPa} \cdot 100 \text{ mm } (45 + \frac{2 \cdot 50}{3})\text{mm} = \underline{\mathbf{15.04 \text{ kN}}} \end{aligned}$$

Det vil sige, at der kan overføres maksimalt 12.82 kN, idet brudkriteriet for foden bliver dimensionsgivende. Var spæret udført med en 45×170 mm fod, kunne der overføres 13.94 kN. □

5.3 Opgave 1 til 4

Opgave 1
Bæreevnen af trækgitterstængerne i spæret beskrevet i bilag B ønskes eftervist. Stængerne mellem knude 23-24 og knude 24-25 udgør trækstængerne, se figur B.2 på side 90. Snitkræfter er vist på side 91 til 95.

1.1 Bestem normalkræfter i trækstængerne for lastkombination 1, 10, 16 og 17, se side 87.

1.2 Er trækbrudbetingelsen (5.1) overholdt med 45x70 mm K18?

1.3 Hvilken lastkombinaton er "farligst" for trækstængerne?

Opgave 2
Bæreevnen af spærfoden beskrevet i bilag B ønskes eftervist. Det vurderes, at nogle af nedenstående snitkræfter er dimensionsgivende.

	kn. 15^h		kn. 16^v		kn. 16^h		kn. 18	
Last-	N	M	N	M	N	M	N	M
tilfælde	kN	kNm	kN	kNm	kN	kNm	kN	kNm
$1.0 \cdot G$	5.77	-0.24	5.77	-0.26	4.22	-0.19	4.22	0.22
$1.0 \cdot S_1$	4.90	-0.09	4.90	-0.01	3.49	0.06	3.49	0.05
$1.0 \cdot S_2$	5.18	-0.05	5.18	-0.02	3.59	0.05	3.59	0.05
$1.0(V_1 + I_1)$	2.44	-0.15	2.44	-0.16	1.51	-0.11	1.51	0.09
$1.0 \cdot Ny$	0.58	0.04	0.58	-0.13	0.47	-0.12	0.47	0.21

Tabel 5.3: Normalkræfter og momenter ved udvalgte knuder i foden for hvert lasttilfælde. 15^h: til højre for knude 15.

2.1 Bestem normalkræfter og momenter for lastkombination 1, 10, 16, 19 og 20, se side 87.

2.2 Er bæreevnekriterierne overholdt med en 45x95 mm K18?

2.3 Hvilken lastkombinaton er "farligst" for spærfoden?

Opgave 3
Bæreevnen af trykgitterstængerne i spæret beskrevet i bilag B ønskes eftervist. Stængerne mellem knude 22-23 og knude 25-26 udgør trykstængerne, se figur B.2 på side 90. Længden af trykstængerne er fundet til 1229 mm. Snitkræfter er vist på side 91 til 95.

3.1 Bestem normalkræfter i trykstænger for lastkomb. 1, 14 og 15, se side 87.

3.2 Er bæreevnekriterierne overholdt med en 45x70 mm K18?

3.3 Hvilken lastkombinaton er "farligst" for trykstængerne?

Opgave 4
Bæreevnen af spærhovedet beskrevet i bilag B ønskes eftervist. Det vurderes, at snitkræfterne er farligst umiddelbart til højre for knude 3 (3^h) og et sted mellem knude 5 og 6, se figur B.2 på side 90. Snitkræfterne for de 2 områder er givet i nedenstående tabel.

	knude 3^h		m. kn. 5 og 6	
	N	M_y	N	M_y
Lasttilfælde	kN	kNm	kN	kNm
$1.0 \cdot G$	-6.80	-0.72	-5.90	0.22
$1.0 \cdot S_1$	-5.95	-0.81	-4.70	0.26
$1.0 \cdot S_2$	-6.21	-0.63	-4.81	0.23
$1.0(V_1 + I_1)$	-2.34	-0.24	-2.27	0.10
$1.0 \cdot Ny$	-0.68	-0.12	-0.70	0.03

Tabel 5.4: Normalkræfter og momenter i udvalgte områder af spærhovedet for hvert lasttilfælde.

Faglængderne er givet ved: 2278 mm mellem knude 3 og 5, 2322 mm mellem knude 5 og 6. Lægteafstanden vælges til ca. 400 mm.

4.1 Bestem normalkræfter og momenter for lastkomb. 1, 4, 5 og 10, se side 87.

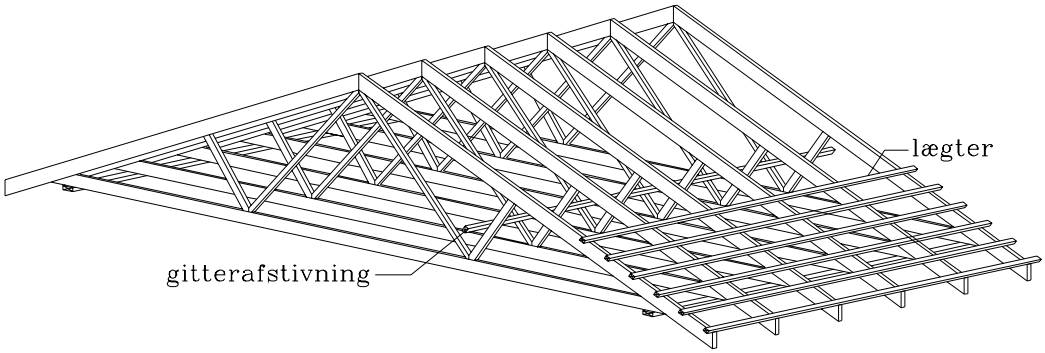
4.2 Er bæreevnekriterierne overholdt?

4.3 Hvilken lastkombinaton er "farligst" for hovedet?

Kapitel 6

Afstivning af spærkonstruktion

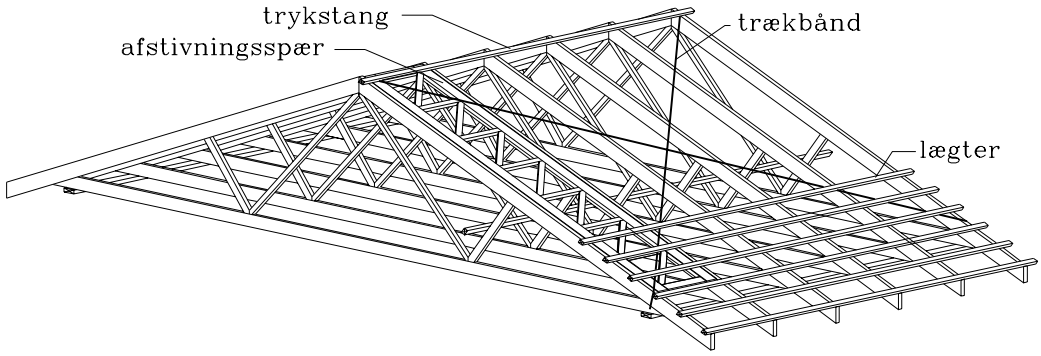
Et spær er primært konstrueret til at optage belastninger i eget plan, og da understøtningen af spæret også kan betragtes som simpelt understøttet ud af spærets plan, vil det ikke umiddelbart kunne optage belastninger sideværts. En spærkonstruktion med en række af parallelle spær forbundet med lægter er heller ikke stabil over for kræfter vinkelret på spærplanet, se figur 6.1, idet sømsamlingerne mellem spær og lægter ikke er tilstrækkelig momentstive.



Figur 6.1: En række normalspær forbundet med lægter.

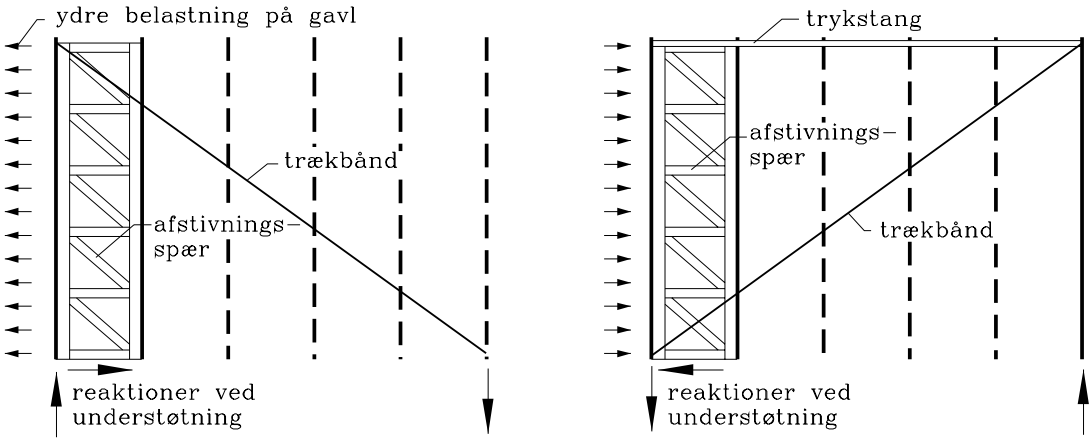
På figur 6.1 er vist en række normalspær forbundet med lægter vinkelret på spærene. Lægternes primære funktion er at understøtte tagbeklædningen og overføre kræfterne herfra til spærene. Lægterne er placeret langs *hele* spærhovedet (ej vist).

For at stabilisere tagkonstruktionen for laster vinkelret på spærene udføres nogle forskellige afstivningssystemer. På figur 6.2, 6.4 og 6.5 er vist tre forskellige afstivningssystemer.



Figur 6.2: Et afstivningsspær med trækbånd optager belastninger vinkelret på spærene.

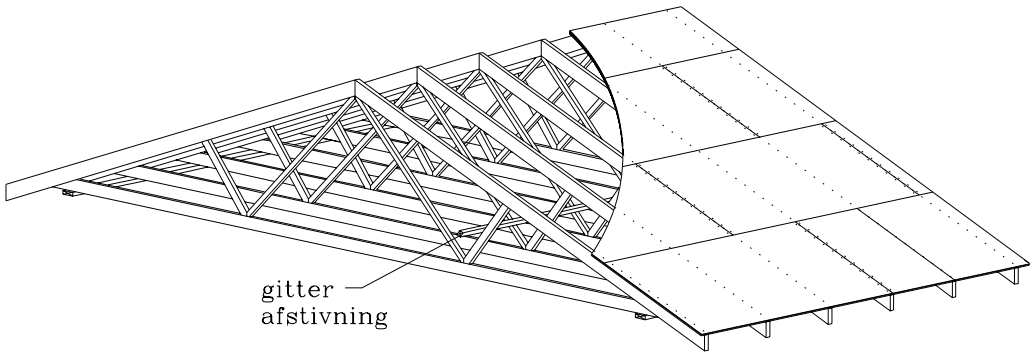
I afstivningssystemet på figur 6.2 er et afstivningsspær fastgjort mellem to normalspær. For at fastholde toppen af afstivningsspæret ved kippen udføres et afstivningssystem med trykstænger og "slappe" diagonaler (trækbånd). En trykstang kan udføres af en eller flere sammensatte lægter.



Figur 6.3: Aktive trækbånd ved tryk eller sug på gavl.

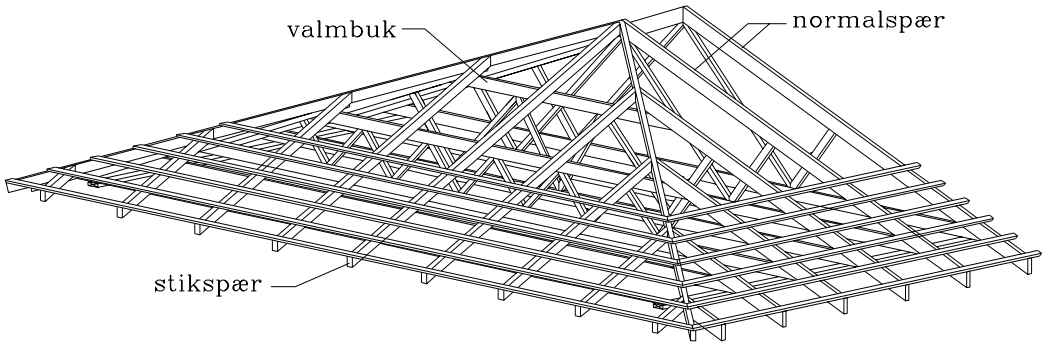
Hvilket trækbånd, der er aktivt afhænger af retningen på de ydre last. Er der sug på gavlen, overføres den øverste reaktionen fra afstivningsspæret direkte til trækbåndet, se figur 6.3 til venstre. Er der derimod tryk på gavlen, skal den øverste reaktion fra afstivningsspæret overføres gennem trykstangen til det andet trækbånd, se figur 6.3 til højre.
Ved lange bygninger kan det blive nødvendigt at indlægge 2 eller flere fag med afstivninger pga. store belastninger eller ønsket om ikke at overføre kræfterne over for "store afstande".

Der placeres et afstivningssystem på hver side af kippen. Hvis spændet af spærene ikke er for stort (maks. fodlængde < ca. 10 m) kan afstivningsspæret evt. undværes i afstivningssystemet, idet rækken af spær og tagbeklædningen anses for tilstrækkelig stive til at optage sideværtsbelastning.



Figur 6.4: Skivevirkning i træbaserede plader sikrer stabiliteten vinkelret på spærene.

I figur 6.4 er spærene beklædt med træbaserede plader (krydsfiner el. OSB), som er sømmet til spærhovedet. Pladerne danner skiver, som kan overføre kræfterne vinkelret på spærene vha. *skivevirkning* og føre dem ned til understøtningerne af spæret. Krydsfinerplader eller OSB-plader med tykkelser mellem 15 og 25 mm, afhængig af spærafstanden, anvendes normalt til underlag for paptage.



Figur 6.5: En afvalmet gavlkonstruktion sikrer stabiliteten vinkelret på spærene.

I tagkonstruktionen på figur 6.5 er gavlen afvalmet (gavlen får en taghældning). Der opføres en valmkonstruktion af valmbukke (spær med afskåret top) og stikspær. Stikspærene er placeret vinkelret på normalspærene og kan således optage belastninger på langs af tagkonstruktionen.

I ovenstående systemer er fokuseret på afstivning af spærhovedet. Det er imidlertid også nødvendigt at afstive spærfoden. Afstivningen af spærfoden kan, afhængig af hvilken loftkonstruktion der vælges, udgøres af en loftsskive, hvor princippet er det samme som skitseret i figur 6.5.

6.1 Afstivning af trykelementer

Trykkede elementer, såsom spærhoved eller gitterstænger, regnes at få påsat en eller flere sideværts afstivninger for at forøge bæreevnen, se side 24. Lægterne afstiver spærhovederne og en separat gitterafstivning afstiver gitterstængerne, se figur 6.4. Det skal sikres, at reaktionen fra gitterafstivningen kan føres til lofts- eller tagskiven.

En afstivning regnes normalt at virke som en ueftergivelig understøtning på søjlen, og derfor stilles der krav til stivheden og styrken af afstivningen og samlingen. I DS 413 afs. 6.10.2 er disse krav beskrevet.

Kapitel 7

Styrken af mekaniske samlinger

Mekaniske samlinger er udført med tandplader, søm, skruer, bolte og/eller dorne. I spær udføres de fleste samlinger vha. tandplader, se figur 1.2, side 3. I spær udføres også byggepladssamlinger, se figur 1.4 side 5 og samlinger ved understøtninger, se figur 5.7 side 30.

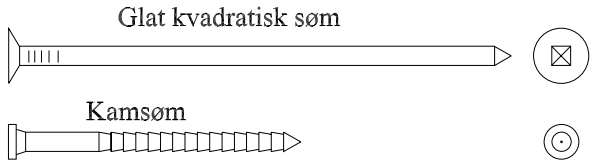
I det følgende afsnit beskrives kun søm- og tandpladesamlinger. En bredere beskrivelse af forbindelsesmidler er givet i SBI 194.

En samling, hvor resultantens angrebslinie passerer forbindelsesmidlernes tyngdepunkt, er *centralt belastet. Hvis der er moment i forbindelsesmidlernes tyngdepunkt, er samlingen* ekscentrisk belastet.

I afsnit 7.1 og 7.3 beskrives centralt belastede søm- og tandpladeforbindelser. Ekscentrisk belastede forbindelser er berørt i afsnit 7.5, hvor der er lagt vægt på tandplader, men den grundlæggende teori kan dog også bruges for sømforbindelser. I afsnit 7.6 er flækningsundersøgelser berørt.

7.1 Sømforbindelser

Søm findes i et utal af varianter. Mest anvendt til spær er kvadratiske, glatte søm og runde kamsøm, se figur 7.1.



Figur 7.1: Udseende af glat, kvadratisk søm og rundt kamsøm.

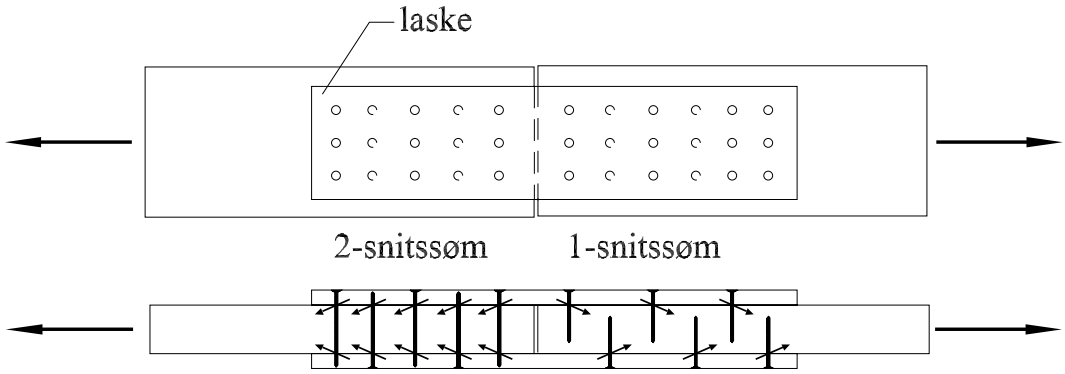
Kamsøm anvendes normalt til samlinger med stålbeslag, se også figur 5.7 på side 30.
Dimensionerne på søm angives ved betegnelsen X/Y, hvor X er diameteren eller sidelængden i mm ganget med 10, og Y er længden af sømmet i mm. F.eks. har et søm med betegnelsen 28/65 en sidelængde på 2.8 mm og en længde på 65 mm (inkl. spids). Almindelig anvendte dimensioner er:

Glatte kvad. søm: 28/65, 31/80, 34/90, 38/100 og 46/130

Kamsøm: 40/40, 40/60 og 60/60

Søm leveres normalt som blanke, elforzinkede, galvaniserede eller rustfri. Kun de to sidstnævnte kan anvendes til konstruktioner i anvendelsesklasse 3 (ude).

I sømsamlinger overføres kræfterne fra en bjælke til en anden bjælke vha. en laske. Lasker kan være udført af træ, plademateriale (f.eks krydsfiner) eller stål (hulplader). I figur 7.2 er vist et eksempel med en sømsamling, hvor lasken er udført af træ eller træbaseret plademateriale.



Figur 7.2: Sømsamling med 1- og 2-snitssøm. De skrå pile angiver kraftoverførende snit.

Der skelnes mellem 1- og 2-snitssøm. 1-snitssøm overfører kun kræfter gennem *et snit* i sømmet, se figur 7.2 til højre. 2-snitssøm overfører kræfter gennem 2 snit i sømmet, se figur 7.2 til venstre. Samlingen i figur 7.2 er kun til illustration. Normalt udføres alle sømgrupper i en samling med samme størrelse søm.

Belastes sømmet vinkelret på sin længderetning, er sømmet tværbelastet, og belastes sømmet i sin længderetning, er sømmet udtrækningspåvirket.

Hvis det nødvendige sømantal er < 3, skal der placeres mindst et ekstra søm, jfr. DS 413 6.5.2.1(3)P.

7.1.1 Tværbelastede sømforbindelser træ mod træ

I dette afsnit angives tværbelastningsstyrken for søm mellem to træbjælker (laske af træ). Hvis der indgår træbaserede plader i samlingen, henvises til afsnit 7.1.3. Iht. DS 413 afs. 6.5.2.1 kan den karakteristiske tværbæreevne *pr. snit*, $R_{tv,k}$ findes af:

$$R_{tv,k} = 170\, d^{1.7} \text{ [N/snit]} \qquad \text{kvadratiske søm} \tag{7.1}$$

$$R_{tv,k} = 135\, d^{1.7} \text{ [N/snit]} \qquad \text{runde søm} \tag{7.2}$$

hvor d er diameteren (sidelængden) af sømmet i mm. Den regningsmæssige tværbæreevne findes af

$$R_{tv,d} = \frac{R_{tv,k} \cdot k_{mod}}{\gamma_m} \tag{7.3}$$

hvor k_{mod} og γ_m er angivet i DS 413 tabel 6.4 (s. 30) og tabel 5.1.1a (s. 21) henholdsvis. I tabel 7.1 er de regningsmæssige tværbæreevner udregnet vha. (7.1), (7.2) og (7.3).

De i tabel 7.1 angivne bæreevner forudsætter følgende:

- tråden, som sømmet er lavet af, har en trækstyrke på mindst 600 MPa,
- der forbores i nåletræ med en densitet > 420 kg/m^3,
- at trætykkelser og forankringslængder inkl. spids opfylder betingelserne i tabel 7.2.
- at de indbyrdes afstande mellem sømmene og afstanden til ende og kant *ikke* er mindre end angivet i figur 7.4.

Kravet til sømtråden er normalt overholdt, og derfor består dimensionering af sømsamlinger primært i bestemmelse af trætykkelser og forankringslængder til beregning af styrke og sømantal. Efterfølgende skal sømmene placeres i samlingen, således søm-, kant- og endeafstande kan overholdes.

Sømtype	Dimension	Lastgruppe P	L	M	K	Ø
Glatte kvad.	18/35	0.17	0.20	0.22	0.25	0.31
søm	20/40	0.20	0.23	0.27	0.30	0.37
	22/45	0.24	0.28	0.31	0.35	0.43
	25/55	0.29	0.34	0.39	0.44	0.54
	28/65	0.36	0.42	0.47	0.53	0.65
	31/80	0.42	0.49	0.56	0.63	0.78
	34/90	0.50	0.58	0.66	0.74	0.91
	38/100	0.60	0.70	0.80	0.90	1.10
	46/130	0.83	0.97	1.10	1.24	1.52
	55/160	1.12	1.31	1.50	1.68	2.06
	60/180	1.30	1.52	1.73	1.95	2.38
Kamsøm	30/55	0.32	0.37	0.42	0.48	0.58
	31/40	0.34	0.39	0.45	0.50	0.62
	34/65	0.39	0.46	0.52	0.59	0.72
	40/40	0.52	0.60	0.69	0.78	0.95
	40/50	0.52	0.60	0.69	0.78	0.95
	40/60	0.52	0.60	0.69	0.78	0.95
	60/60	1.03	1.20	1.38	1.55	1.89

I lav sikkerhedsklasse multipliceres med 1.1.
I høj sikkerhedsklasse multipliceres med 0.9.
Hvor en lastkombination består af laster fra forskellige lastgrupper, kan den styrkeværdi, der svarer til den mest kortvarige last, anvendes.

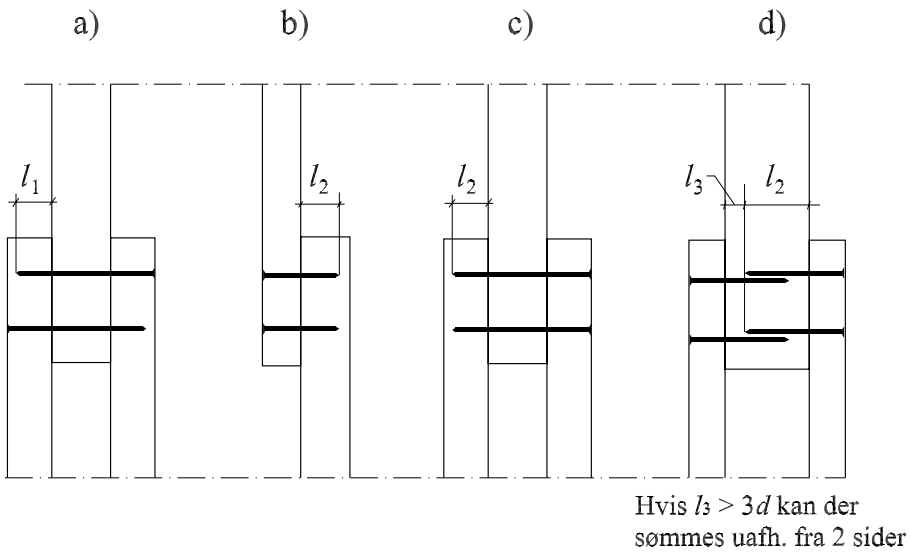
Tabel 7.1: Regningsmæssig tværbæreevne i kN pr. snit af søm, træ mod træ i anvendelsesklasse 1 og 2, normal sikkerhedsklasse.

	Mindste dimension for fuld bæreevne	Mindste dimension overhovedet ⋆
Trætykkelser	$7d$	$5d$
Forankringslængder:		
2-snitssøm fra begge sider	$l_1 \geq 8d$	$l_1 \geq 5d$
Øvrige tilfælde		
glatte søm	$l_2 \geq 12d$	$l_2 \geq 8d$
kamsøm	$l_2 \geq 8d$	

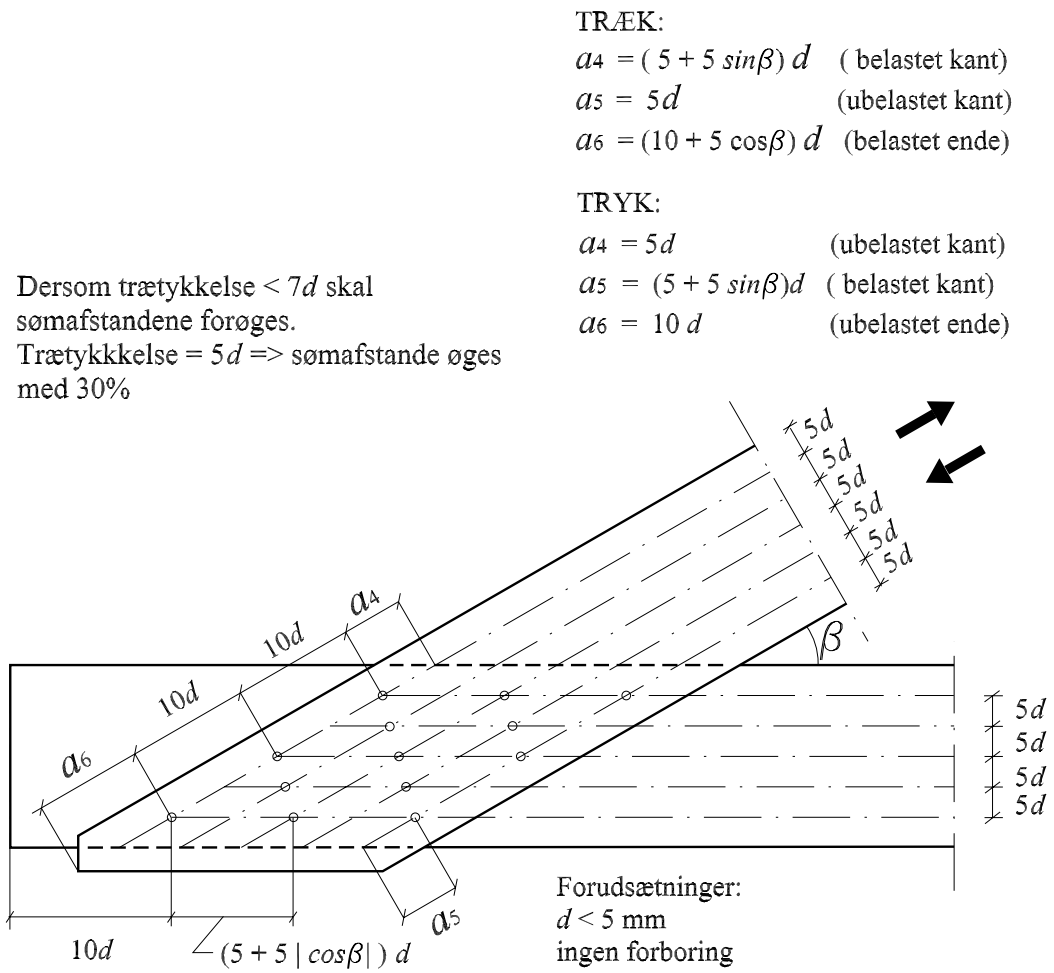
⋆ Ved mindre trætykkelser og mindre forankringslængder skal bæreevnen i de respektive snit reduceres propertionalt.

Tabel 7.2: Mindste forankringslængder og trætykkelser angivet i forhold til sømmets sidelængde/diameter, d.

Længderne l_1, l_2 og l_3 er defineret i figur 7.3.



Figur 7.3: Definition af længderne l_1, l_2 og l_3 ved 1- og 2-snitssøm.



Figur 7.4: Minimum sømafstande i forhold til sømdiameteren d. β angiver vinklen mellem kraft og fiberretning.

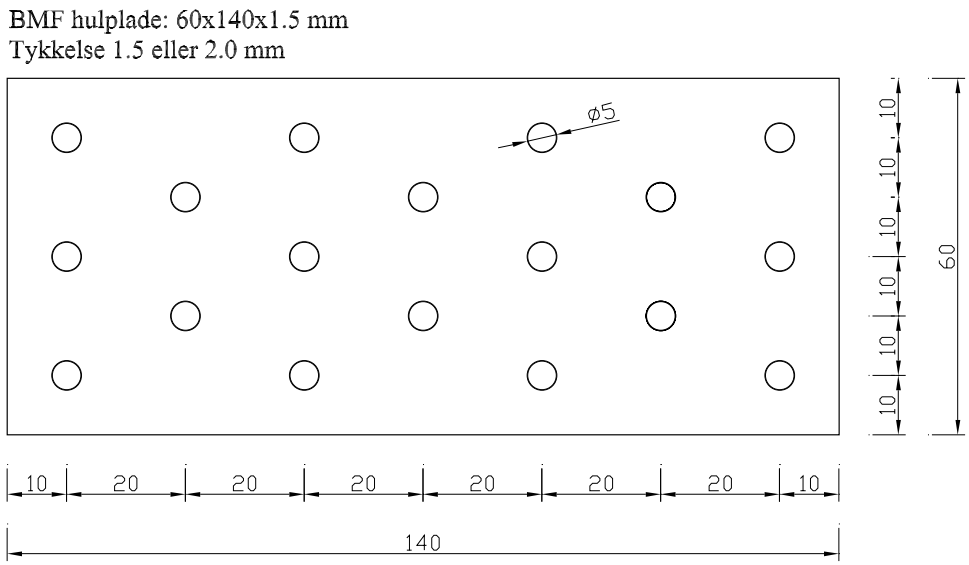
7.1.2 Tværbelastede sømforbindelser stål mod træ

Det er meget normalt, at anvende stålbeslag i træsamlinger. Der findes et utal af forskellige beslag, se f.eks katalog fra BMF. Stålbeslagene er udført af 1-3 mm tykke stålplader.

En beslagtype består af en stålplade med forborede huller, se figur 7.5. Disse beslag kaldes for *hulplader*. Hulpladerne anvendes sammen med kamsøm.

Iht. DS 413 afs. 6.5.2.3 kan bæreevnen af søm i stålbeslag findes af værdierne angivet i tabel 7.1, idet bæreevnerne dog multipliceres med 1.25. Afstandene mellem sømmene iht. figur 7.4 kan reduceres med 30%, *dog ikke afstande til kant- og endetræ.*

Bæreevnen af stålbeslaget skal også eftervises. Dette kan ske iht. DS 112 og DS 446.



Figur 7.5: Hulplade fra BMF (Boulstrup Maskinfabrik). Alle mål i mm.

7.1.3 Tværbelastede sømforbindelser m. træbaserede plader

I nogle situationer anvendes træbaserede plader i samlingerne. Træbaserede plader er krydsfiner-, fiber- eller spånplader.

Iht. DS 413 afs. 6.5.2.4. kan bæreevnen af søm i samlinger med træbaserede plader findes af tabel 7.1, side 42, idet en plade med tykkelsen t kan regnes at svare til en trædel med tykkelsen:

2.5 t: for krydsfiner af birk, bøg eller tilsvarende,

2.0 t: for krydsfiner med finerer vekselvis af hårde træarter og gran eller fyr, (combi-plywood),

1.5 t: for krydsfiner og OSB af gran, fyr eller tilsvarende,

3.0 t: for hårde eller oliebehandlede fiberplader,

1.0 t: for spånplader, halvhårde fiberplader eller MDF.

Da de træbaserede plader hindrer træet i at flække, kan de indbyrdes sømafstande iht. figur 7.4 reduceres med 20%, *dog ikke afstande til kant- og endetræ af træet.* Mindste kantafstand for krydsfiner er $4d$.
Hovederne på sømmene skal have en diameter på mindst $2.5d$.
Flere konstruktive regler og supplerende bemærkninger er beskrevet i SBI 194, afs. 3.3.

Bæreevnen af plademateriale skal også eftervises. Der henvises i øvrigt til SBI 193, afs. 3.3

7.1.4 Udtrækningspåvirkede søm

Iht. DS 413 afs. 6.5.2.5. kan den karakteristiske udtrækningsstyrke, $R_{ax,k}$, sættes lig med den mindste af værdierne:

$$R_{ax,k} \overset{\min}{=} \begin{cases} f_u \cdot d \cdot l & [\mathrm{N}] \\ f_u \cdot d \cdot h + f_h \cdot d^2 & [\mathrm{N}] \quad \text{for glatte søm} \\ f_h \cdot d^2 & [\mathrm{N}] \quad \text{for kamsøm} \end{cases} \tag{7.4}$$

hvor

d er diameteren af sømmet i mm,

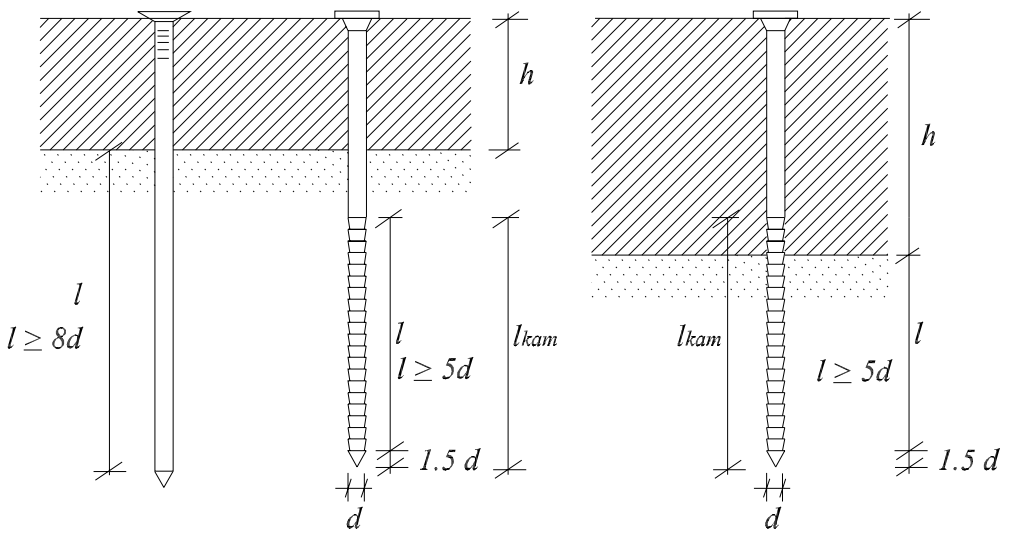
h er længden i mm af sømmet i den trædel, der holder sømhovedet, se figur 7.6,

l er forankringslængden i mm, idet der ses bort fra spidsen ($1.5d$) og for kamsøm længden af den tandede del i forankringsdelen, l_{kam}, (minimum længde af l er $8d$ for glatte søm og $5d$ for kamsøm).

f_u er udtrækningsparameteren, $= \begin{cases} 1.0 \text{ MPa} & \text{for glatte kvadratiske søm} \\ 7.8 \text{ MPa} & \text{for BMF kamsøm} \end{cases}$

f_h sømhovedets gennemtrækningsparameter, $= \begin{cases} 60 \text{ MPa for glatte kvad. søm} \\ 38 \text{ MPa for BMF kamsøm} \end{cases}$

Den regningsmæssige udtrækningsbæreevne kan bestemmes af (7.3) på side 41.



Figur 7.6: Forankringslængden l for glatte søm og kamsøm.

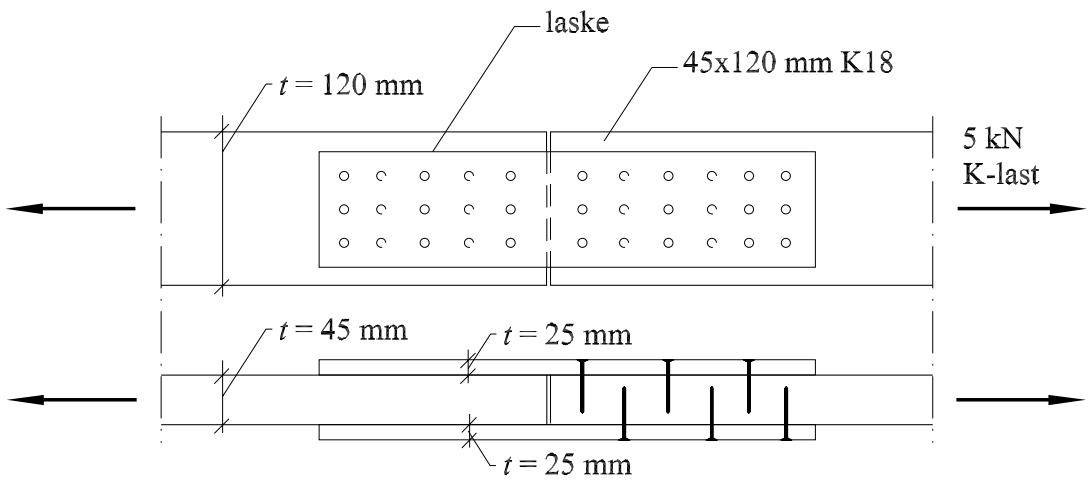
7.1.5 Søm med tværbelastning og udtrækning

I tilfælde, hvor søm udsættes for tværlast og udtrækning på samme tid, kan regnes med følgende brudkriterium:

$$\sqrt{\left(\frac{F \cdot \cos\theta}{R_{tv}}\right)^2 + \left(\frac{F \cdot \sin\theta}{R_{ax}}\right)^2} \leq 1 \tag{7.5}$$

hvor θ er vinklen mellem tværlasten og totalkraften på sømmet F. R_{tv} og R_{ax} er sømmets tværbæreevne og udtrækningsstyrke henholdsvis.
Ovenstående er ikke angivet i DS 413, men der henvises til prøvningsrapport fra SBI.

7.1.6 Eksempel: Dimensionering af træksamling



Figur 7.7: Træksamling.

En stødsamling i en 45×120 mm K18 bjælke skal dimensioneres for en K-last på 5 kN. Der ønskes forslag til laskesamlinger med henholdsvis træ, træbaseret plade og BMF-hulplade. Antallet og placeringen af søm skal angives, idet samlingen ønskes centralt belastet. Konstruktionen regnes i normal sikkerhedsklasse og anvendelsesklasse 2.

Sømsamling træ/træ:
Vælges et 34/90 søm og en 25×100 mm (K18) laske opnåes 2-snitssøm. Kravene til fuldbæreevne er:

	mm		mm		
Trætykkelser	t	$>$	$7 \cdot d$		
	25	$>$	$7 \cdot 3.4 = 23.8$		OK!
Forankringslængder:	l_1	$>$	$8 \cdot d$	2-snitssøm fra begge sider	
	90-(25+45) = 20	$>$	$8 \cdot 3.4 = 27.2$		NEJ!
Min. forankring	l_1	$>$	$5 \cdot d$		
	20	$>$	$5 \cdot 3.4 = 17$		OK!
Uafh. sømning					NEJ!

Med ovennævnte dimensioner kan kun et af sømmets to snit udnyttes fuldt ud. Bæreevnen for snittet tættest på sømmets spids må reduceres. Bæreevnen af ét søm findes til:

$$0.74 \text{ kN/snit} \left(1 + \frac{20 \text{ mm}}{27.2 \text{ mm}}\right) \sim 1.28 \text{ kN/søm} \tag{7.6}$$

Det nødvendige antal søm på hver side af lasken findes af:

$$\frac{5 \text{ kN}}{1.28 \text{ kN/søm}} = 4 \text{ søm} \tag{7.7}$$

Forslag til placering af sømmene er angivet på figur 7.8. Længden af lasken skal minimum være 272 mm. Bæreevnekriteriet for laske og bjælke er givet ved:

$$A_{min} \geq \frac{N}{f_{t,0,d}} = \frac{5 \text{ kN}}{5.5 \text{ MPa}} = 909 \text{ mm}^2 \tag{7.8}$$

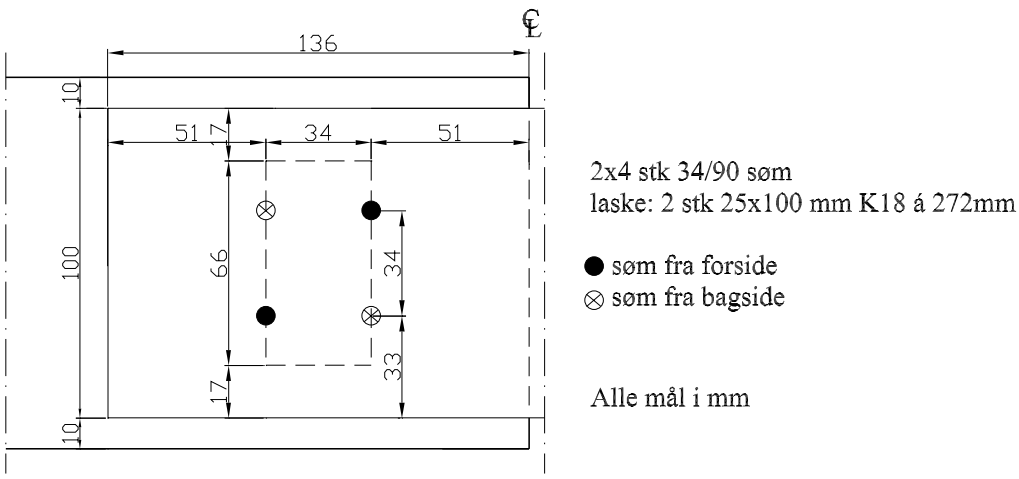
Laske: $2 \times (25 \times 100) = 5000 \text{ mm}^2 > 909 \text{ mm}^2$ OK!
Bjælke: $45 \times 120 = 5400 \text{ mm}^2 > 909 \text{ mm}^2$ OK!

<u>Sømsamling træ/plade:</u>
Vælges et 28/65 søm og en 12.5×76 mm canadisk DFP laske, (s. 88 i SBI 193), opnåes et 1-snitssøm. Pladens ækvivalente trætykkelse er $2 \cdot 12.5$ mm = 25 mm
Kravene til fuldbæreevne er:

	mm		mm		
Trætykkelser	$2 \cdot t$	$>$	$7 \cdot d$		
	25	$>$	$7 \cdot 2.8 = 19.6$		OK!
Forankringslængder:	l_1	$>$	$8 \cdot d$	2-snitssøm	
	65-(45+12.5) = 7.5	$>$	$8 \cdot 2.8 = 22.4$		NEJ!
Red. forankring		$>$	$5 \cdot 2.8 = 14$		NEJ!
Uafh. sømning			Nej!		

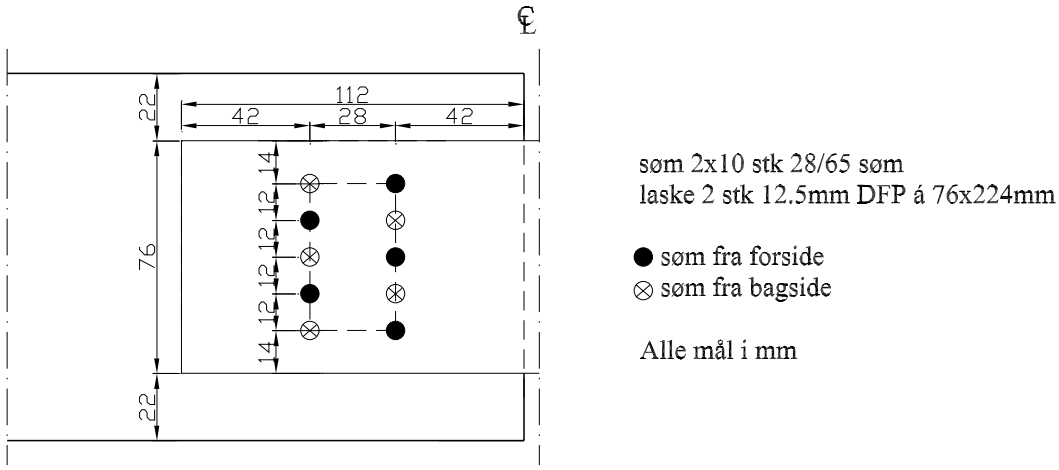
Med ovennævnte dimensioner kan der regnes med sømmets fulde bæreevnen i ét snit. Der kan ikke sømmes uafhængigt fra to sider. Det nødvendige antal søm på hver side af lasken findes af:

$$\frac{5 \text{ kN}}{0.53 \text{ kN/søm}} = 10 \text{ søm} \tag{7.9}$$



Figur 7.8: Forslag til placering af søm i træksamling med laske af træ.

Sømafstandene kan reduceres med 20%, hvilket betyder, at minimum afstanden mellem sømmene er $5 \cdot 2.8 \cdot 0.8 = 12$ mm. 2×5 søm kan netop placeres i en 76 mm bred plade. Forslag til placering af sømmene er givet på figur 7.9.



Figur 7.9: Forslag til placering af søm i træksamling med laske af krydsfiner.

Bæreevnekriterium for træbaseret pladelaske:

$$5 \text{ kN} < 2 \cdot n_{t,0} \cdot b = 2 \cdot 76 \text{ MPa} \cdot 76\text{mm} = 11.55 \text{ kN} \qquad \text{OK!} \tag{7.10}$$

$n_{t,0}$ kan findes af tabel 3.10 i SBI 193.

Sømsamling træ/hulplade(stål):

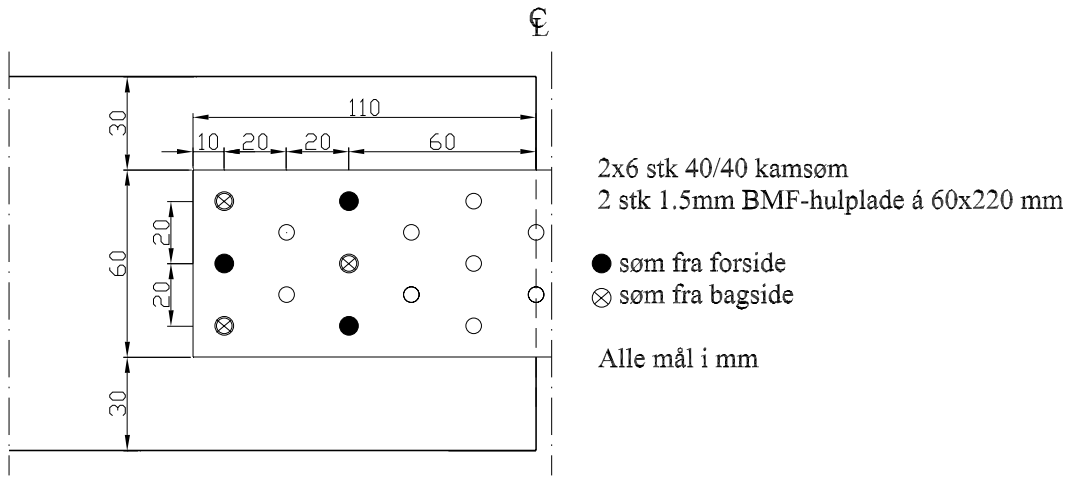
Vælges 40/40 kamsøm og en 1.5 mm BMF-hulplade opnåes 1-snitssøm. Kravene til fuldbæreevne er:

	mm		mm	
Trætykkelser	t	$>$	$7 \cdot d$	
	45	$>$	$7 \cdot 4.0 = 28$	OK!
Forankringslængder:	l_2	$>$	$8 \cdot d$	
	40-1.5 $\sim$ 38	$>$	$8 \cdot 4 = 32$	OK!
Uafh. sømning				NEJ!

Med ovennævnte dimensioner kan sømmets fulde bæreevne iht. tabel 7.1 udnyttes (0.78kN/søm). Der kan ikke sømmes uafhængigt fra to sider. Det nødvendige antal søm på hver side af lasken findes, idet bæreevnen kan øges med 25%:

$$\frac{5 \text{ kN}}{1.25 \cdot 0.78 \text{ kN/søm}} = 6 \text{ kamsøm} \tag{7.11}$$

Sømafstandene kan reduceres med 30%, hvilket betyder, at minimumafstanden mellem sømmene kan findes til $5 \cdot 4.0 \cdot 0.7 = 14$ mm. Forslag til placering af sømmene er angivet på figur 7.10.



Figur 7.10: Forslag til placering af søm i træksamling med laske af BMF-hulplade.

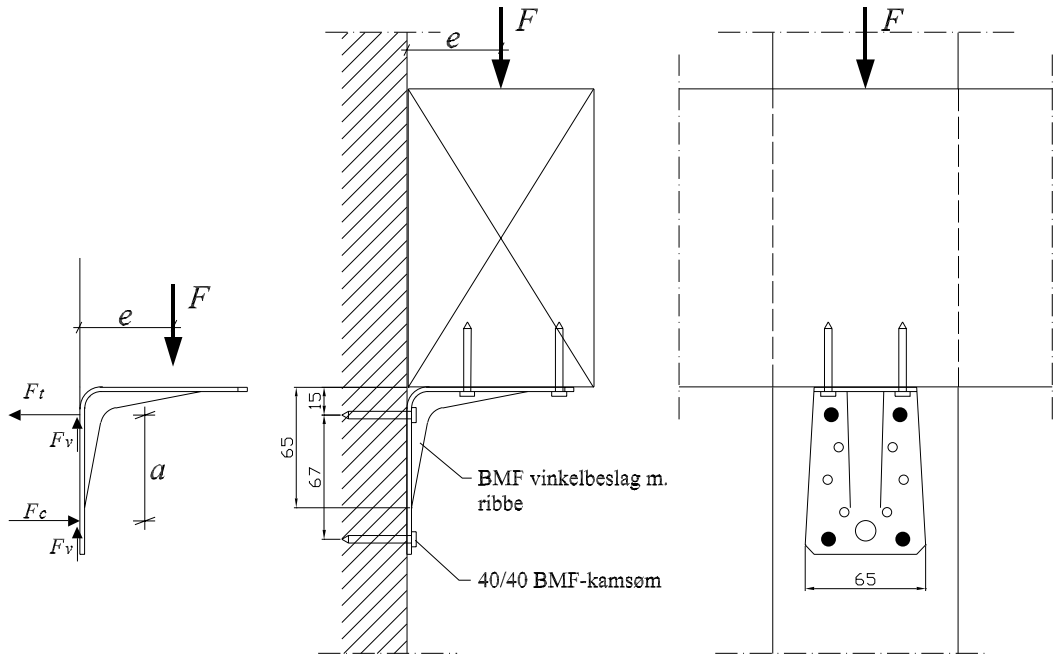
Bæreevnen af BMF-pladen skal også eftervises. Der henvises til BMF katalog og stålnormerne.

Bemærkninger til løsninger:

I praksis er det en bekostelig affære at få placeret sømmene i præcise mønstre, hvor afstande til kant- og endetræ og afstande mellem sømmene er minimeret.

Det vil være en billigere løsning at udføre lasken tilstrækkelig stor, således håndværkeren blot kan fordele sømmene jævnt i lasken. Denne løsning koster flere søm og materialer til lasker, men er langt hurtigere at udføre. □

7.1.7 Eksempel: Samling med vinkelbeslag



Figur 7.11: Samling med BMF-vinkelbeslag og kamsøm. Alle mål i mm.

En vandretliggende træbjælke ligger af på en lodretstående træsøjle. Lasten F fra bjælken skal overføres til søjlen via et BMF-vinkelbeslag 90 med ribbe. Lasten angriber i afstanden e fra søjlen. Beslaget fastgøres med 2×4 stk. BMF-kamsøm størrelse 40/40. Konstruktionen er i normal sikkerhedsklasse og anvendelsesklasse 2.

Angiv et udtryk for bæreevnen F_d af en K-last som funktion af ekscentriciteten e.

Lasten fra bjælken til beslaget overføres primært ved kontakttryk. Lasten fra beslaget til søjlen overføres ved træk og forskydning i de to øverste søm, forskydning alene i de to nederste søm og kontakttryk mellem den nedre lodrette del af beslaget og træsøjlen, se kraftsystem på figur 7.11 til venstre. Det antages, at forskydningslasten kan fordeles ligeligt til de 4 søm.

Det antages, at trætykkelser, søm og kantafstande alle er overholdt, således der kan anvendes den fulde værdi af tværbæreevnen.

Ved 40/40 kamsøm i stålbeslag opnåes en regningsmæssig bæreevne pr søm: $R_{tv,d} = 1.25 \cdot 0.78$ kN/søm $= 0.975$ kN/søm. Af afsnit 7.1.4 fås den regningsmæssige udtrækningsbæreevne pr søm: $R_{ax,d} = \frac{7.8 \cdot 0.9}{1.64} 4.0$ mm$(30 - 1.5 \cdot 4)$mm $= 0.41$ kN/søm
l_{kam} er 30 mm for 40/40 BMF kamsøm.

Betragtes kraftsystemet i figur 7.11, kan følgende findes af ligevægtsligningerne:

$$F_t = F_c \tag{7.12}$$

$$2 \cdot F_v = F \tag{7.13}$$

$$F_t \cdot a = F \cdot e \quad \rightarrow \quad F_t = \frac{F \cdot e}{a} \tag{7.14}$$

hvor a er afstanden mellem trækkraften på de to øverste søm og center af kontakttrykket på den nedre del af beslaget. a er en størrelse, som skal vurderes.
Tvær- og aksialbelastningen på et af de øverste søm er:

$$F_{tv} = \frac{F_v}{2} = \frac{F}{4} \tag{7.15}$$

$$F_{ax} = \frac{F_t}{2} = \frac{F \cdot e}{2 \cdot a} \tag{7.16}$$

Bæreevnekriteriet er givet ved:

$$\sqrt{\left(\frac{F_{tv}}{R_{tv}}\right)^2 + \left(\frac{F_{ax}}{R_{ax}}\right)^2} \leq 1 \tag{7.17}$$

Indsættes (7.15) og (7.16) i (7.17) opnåes:

$$\sqrt{\left(\frac{F}{4 \cdot R_{tv}}\right)^2 + \left(\frac{F \cdot e}{2 \cdot a \cdot R_{ax}}\right)^2} \leq 1 \tag{7.18}$$

$$\frac{F}{2 \cdot a \cdot R_{ax}} \sqrt{\left(\frac{a \cdot R_{ax}}{2 \cdot R_{tv}}\right)^2 + e^2} \leq 1 \tag{7.19}$$

$$F \leq \frac{2 \cdot a \cdot R_{ax}}{\sqrt{\left(\frac{a \cdot R_{ax}}{2 \cdot R_{tv}}\right)^2 + e^2}} \tag{7.20}$$

Vurderes a til ca. 67 mm, og indsættes størrelserne for R_{ax} og R_{tv}, opnåes følgende:

$$F \leq \frac{55}{\sqrt{198 + e^2}} \quad \text{[kN]} \tag{7.21}$$

Et udtryk, der ligner (7.21), er at finde i BMF-kataloget.
En fuldstændig beregning kræver eftervisning af beslagets bæreevne og trykstyrken ved kontaktzonen. For ovennævnte tilfælde er det sømmenes bæreevne der er bestemmende for F. □

7.2 Opgave 5

Opgave 5
Ved et uheld er en af trækstængerne i spæret fra opgave 1 blevet skåret over. Idet man ikke ønsker at bryde tandpladesamlingerne for at indsætte en ny stang, skal der nu etableres en laskesamling på stangen. Spæret understøttes, således enderne i stangen skubbes sammen, og samlingen kan påsættes.

5.1 Angiv et forslag med en laskesamling udført af en 1.5 mm BMF-hulplade (find en pladestørrelse i BMF katalog) med 40/40 kamsøm.

5.2 Angiv et forslag med en laskesamling udført af en krydsfinerplade 19 mm (combi-plywood) med 31/80 kvadratiske søm.

I begge forslag skal bæreevnen af sømmene eftervises. I praksis skal bæreevnen af hulpladen og krydsfinerpladen også eftervises.

Lav en skitse, der viser placering af sømmene.

Bemærk: I løsningen til opgave 1 er kræfterne i stangen angivet.

7.3 Tandpladeforbindelser

I Danmark anvendes ca. 15-20 forskellige typer tandplader produceret af ca. 5 forskellige producenter. Se også beskrivelsen af tandplader i kapitel 1.

Tandpladerne udføres normalt som rektangler i størrelser fra 200 cm^2 op til ca 2000 cm^2. Pladestørrelserne springer ca. 20 mm i længde og bredde.

En tandpladesamling består generelt af nogle grupper af tænder (sømgrupper), som optager kræfterne fra de enkelte trædele og overfører dem til selve pladen. Ved brud i en tandplade sker det enten ved udtrækning af tænderne (forankrings-brud) eller ved træk-, tryk- eller forskydningsbrud i pladen (pladebrud). Pladens styrkeparametre angives i forhold til hver enkelt brudform.

Tænderne er normalt jævnt fordelt over pladen med en tandtæthed omkring 0.3 til 1.5 tand pr cm^2 og derfor er forankringsstyrken for tænderne baseret på en tværstyrke pr arealenhed (forskydningsstyrke).

Som tidligere nævnt overføres kræfterne i en samling via tandpladen eller ved kontakt mellem trædelene. Hvis der er mulighed for kontakt mellem trædelene kan der iht. DS 413 A1.5.1(2) regnes med, at op til 50 % af trykkraftkomposanten vinkelret på kontaktfladen overføres ved kontakt. Minimum 50 % skal således overføres af tandpladen.

En tandplades styrkeforhold testes ved standardiserede forsøg og angives i en såkaldt MK-godkendelse fra Bygge- og Boligstyrelsen. Pt. er disse godkendelser ikke opdateret i henhold til de nye normer. I det følgende angives derfor nogle "opdigtede" styrkeværdier for en fiktiv pladetype, kaldet FIK. Styrkeværdierne er skønnet og er *ikke* underbygget af forsøg.

7.3.1 Tændernes forankringsstyrke

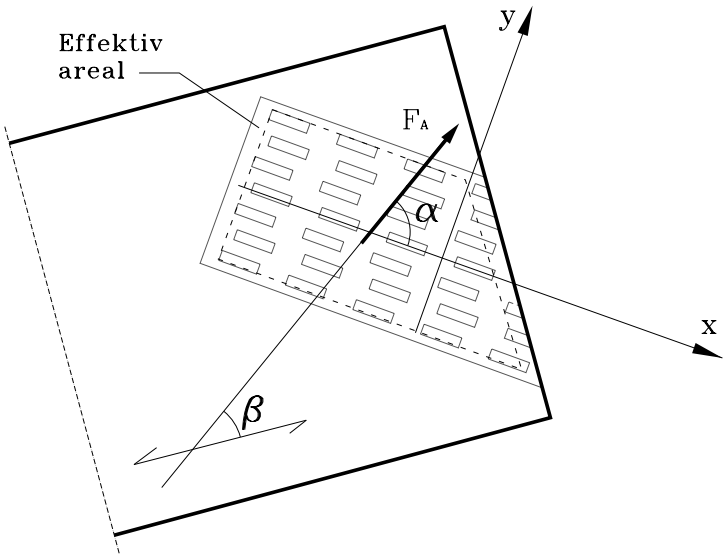
Ligesom træ har tandplader nogle hovedretninger for styrke og stivhed. Tandpladens forankringsstyrker er angivet i forhold til disse hovedretninger, se figur 7.12 og tabel 7.3. $x-$aksen er parallel med pladens hovedakse.

$f_{a,0,0,k}$	$f_{a,90,90,k}$	c_1
MPa	MPa	-
2.8	1.0	0.65

Værdierne må ikke anvendes i anvendelselsklasse 3

Tabel 7.3: Karakteristiske forankringsstyrker for 1 mm tykke FIK-plader.

I tabel 7.3 er karakteristiske forankringsstyrker angivet, hvor



Figur 7.12: Bjælke med tandplade. α er vinklen mellem $x-$retningen og kraftretningen i sømgruppens tyngdepunkt. β er vinklen mellem fiberretningen og kraftretningen i sømgruppens tyngdepunkt.

$f_{a,0,0,k}$: er forankringsstyrken for $\alpha = 0^o$ og $\beta = 0^o$.

$f_{a,90,90,k}$: er forankringsstyrken for $\alpha = 90^o$ og $\beta = 90^o$.

c_1: er en konstant.

Forankringsstyrken *i fiberretningen*, $f_{a,\alpha,0,k}$, er givet ved:

$$f_{a,\alpha,0,k} = f_{a,0,0,k}\,(1.0 - c_1 \cdot \sin(\alpha)) \quad 0^o \leq \alpha \leq 90^o \tag{7.22}$$

Forankringsstyrke ved en vilkårlig kombination af α og β er givet ved:

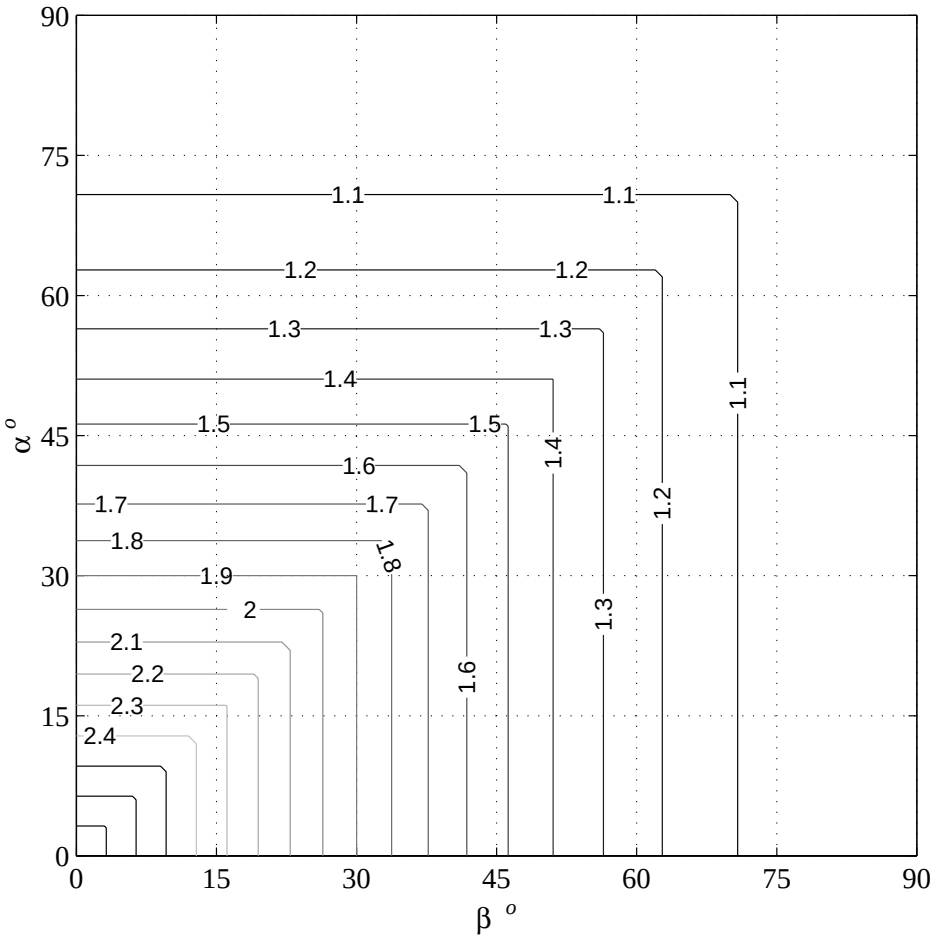
$$f_{a,\alpha,\beta,k} \overset{\max}{=} \begin{cases} f_{a,\alpha,0,k} - \frac{\beta}{45^o}(f_{a,\alpha,0,k} - f_{a,90,90,k}) \\ \\ f_{a,0,0,k} - \sin(\max(\alpha,\beta)) \cdot (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \end{cases} \quad \beta \leq 45^o \tag{7.23}$$

$$f_{a,\alpha,\beta,k} = f_{a,0,0,k} - \sin(\max(\alpha,\beta)) \cdot (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \quad 45^o < \beta \leq 90^o \tag{7.24}$$

Variationen af den karakteristiske forankringsstyrke som funktion af α og β er vist på figur 7.13. Niveaukurverne er beregnet ud fra værdierne i tabel 7.3.

Variationen af $f_{a,\alpha,\beta,k}$ i figur 7.13 bliver symmetrisk, idet $f_{a,90,0,k} \approx f_{a,90,90,k}$. De regningsmæssige styrker findes (som sædvanlig) af (7.25).

$$f_d = \frac{f_k \cdot k_{mod}}{\gamma_m} \tag{7.25}$$



Figur 7.13: Karakteristisk forankringsstyrke, $f_{a,\alpha,\beta,k}$ som funktion af α og β.

hvor k_{mod} og γ_m for forankringsstyrkerne er angivet i henholdsvis DS 413 tabel 6.4 og DS 413 afs. 5.1.1.

7.3.2 Forankringsbæreevne af centralt belastet tandplade

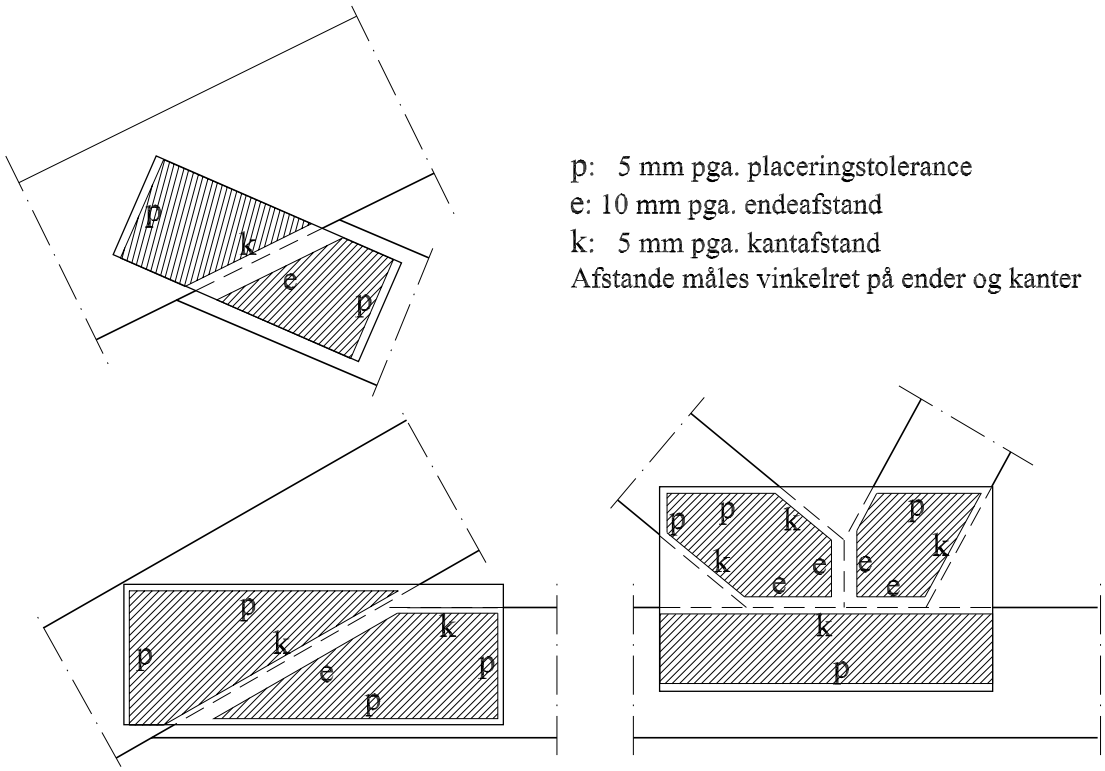
I en *centralt belastet sømgruppe* belastet med kraften F_A skal det eftervises, at

$$\frac{F_A}{A_{\text{eff}}} \leq f_{a,\alpha,\beta,d} \tag{7.26}$$

hvor A_{eff} er det effektive areal, se også figur 7.12 på side 55. Til det effektive areal må ikke regnes arealer

- tættere end 10 mm fra trædeles ender,
- tættere end 5 mm fra trædeles kanter,
- tættere end 5 mm fra sømgruppens kanter, pga. placeringstolerancer.

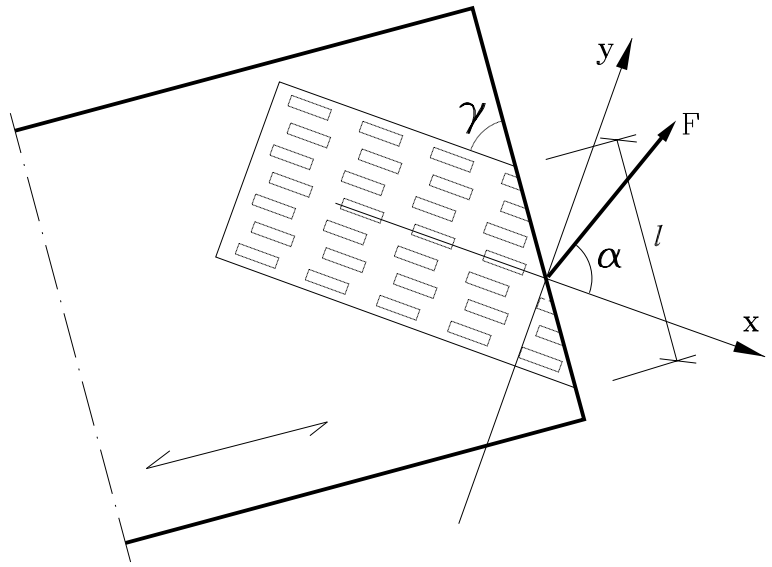
Afstandene måles vinkelret på ender, kanter og fugelinier. Ved nærmere betragtninger af de enkelte samlinger kan argumenteres for kun at fratrække 5 mm fra enkelte af sømgruppens kanter pga. placeringstolerancer. Bestemmelserne for ende- og kantfradrag ved effektive arealer er angivet i TRÆ 31, hvor det også er nævnt, at lange pladekanter bør placeres mindst 10 mm fra trækanter. I figur 7.14 er angivet nogle eksempler på bestemmelse af effektive arealer.



Figur 7.14: Størrelse af sømgruppers effektive areal vist for tre forskellige samlingstyper.

7.3.3 Pladens styrke

Pladens styrkeparametre i tabel 7.4 er angivet i forhold til pladens hovedretninger, se figur 7.15.



Figur 7.15: Bjælke med tandplade. α er vinklen mellem $x-$retningen og kraften i centrum af fugens pladelængde, l. γ er vinklen mellem $x-$retningen og forbindelsens fugeretning.

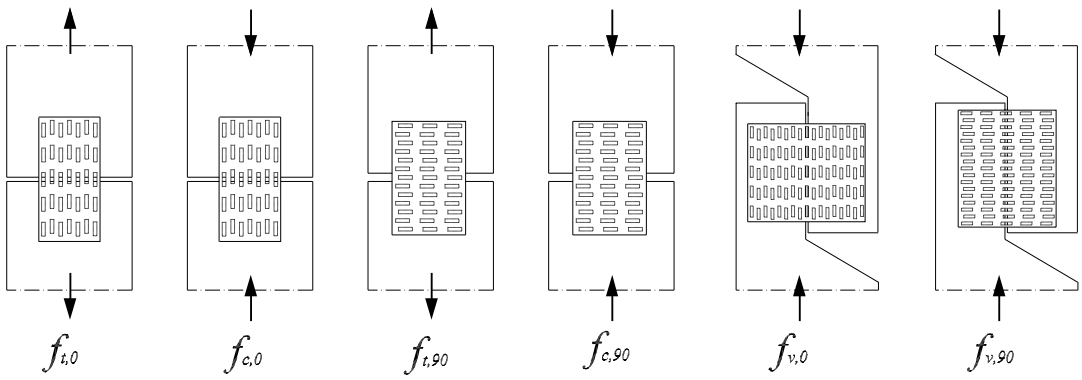
$f_{t,0,k}$	$f_{t,90,k}$	$f_{c,0,k}$	$f_{c,90,k}$	$f_{v,0,k}$	$f_{v,90,k}$
N/mm	N/mm	N/mm	N/mm	N/mm	N/mm
270	190	135	95	115	80

Tabel 7.4: Karakteristiske styrkeværdier for FIK-plader.

I tabel 7.4 er

$f_{t,0,k}$: trækstyrken af pladen i x-retningen ($\alpha = 0^o$).
$f_{t,90,k}$: trækstyrken af pladen i y-retningen ($\alpha = 90^o$).
$f_{c,0,k}$: trykstyrken af pladen i x-retningen ($\alpha = 0^o$).
$f_{c,90,k}$: trykstyrken af pladen i y-retningen ($\alpha = 90^o$).
$f_{v,0,k}$: forskydningsstyrken af pladen i x-retningen ($\alpha = 0^o$).
$f_{v,90,k}$: forskydningsstyrken af pladen i y-retningen ($\alpha = 90^o$).

De karakteristiske værdier i tabel 7.4 bestemmes på baggrund af et antal standardiserede forsøg iht. prEN 1075. Forsøgene til bestemmelse af værdierne i tabel 7.4 er vist på figur 7.16.



Figur 7.16: Forsøgsemner til bestemmelse af pladens styrkeparametre. Størrelserne af pladerne vælges så store, at der forekommer brud alene i pladen og *ikke* brud ved udtrækning af tænderne.

7.3.4 Bæreevne af centralt belastet plade

Pladens regningsmæssige styrker findes af (7.25), hvor $k_{mod} = 1.0$, og γ_m fastsættes iht. DS 412 afs. 5.2.2. I normal sikkerhedsklasse og normal materialekontrol er $\gamma_m = 1.17$.

Følgende brudkriterium skal opfyldes:

$$\left(\frac{F_{x,d}}{R_{x,d}}\right)^2 + \left(\frac{F_{y,d}}{R_{y,d}}\right)^2 \leq 1 \tag{7.27}$$

hvor $F_{x,d}$ og $F_{y,d}$ er de regningsmæssige kræfter i pladen udregnet i henholdsvis $x-$ og $y-$retningen, se også afsnit 7.5.4. $R_{x,d}$ og $R_{y,d}$ er de regningsmæssige værdier af pladens styrke i $x-$ og $y-$retningen. $R_{x,d}$ og $R_{y,d}$ bestemmes af

$$R_{x,d} \overset{\max}{=} \begin{cases} f_{t,0,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \sin(\gamma) & \text{ved træk} \\ f_{c,0,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \sin(\gamma) & \text{ved tryk} \\ f_{v,0,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \cos(\gamma) & \end{cases} \tag{7.28}$$

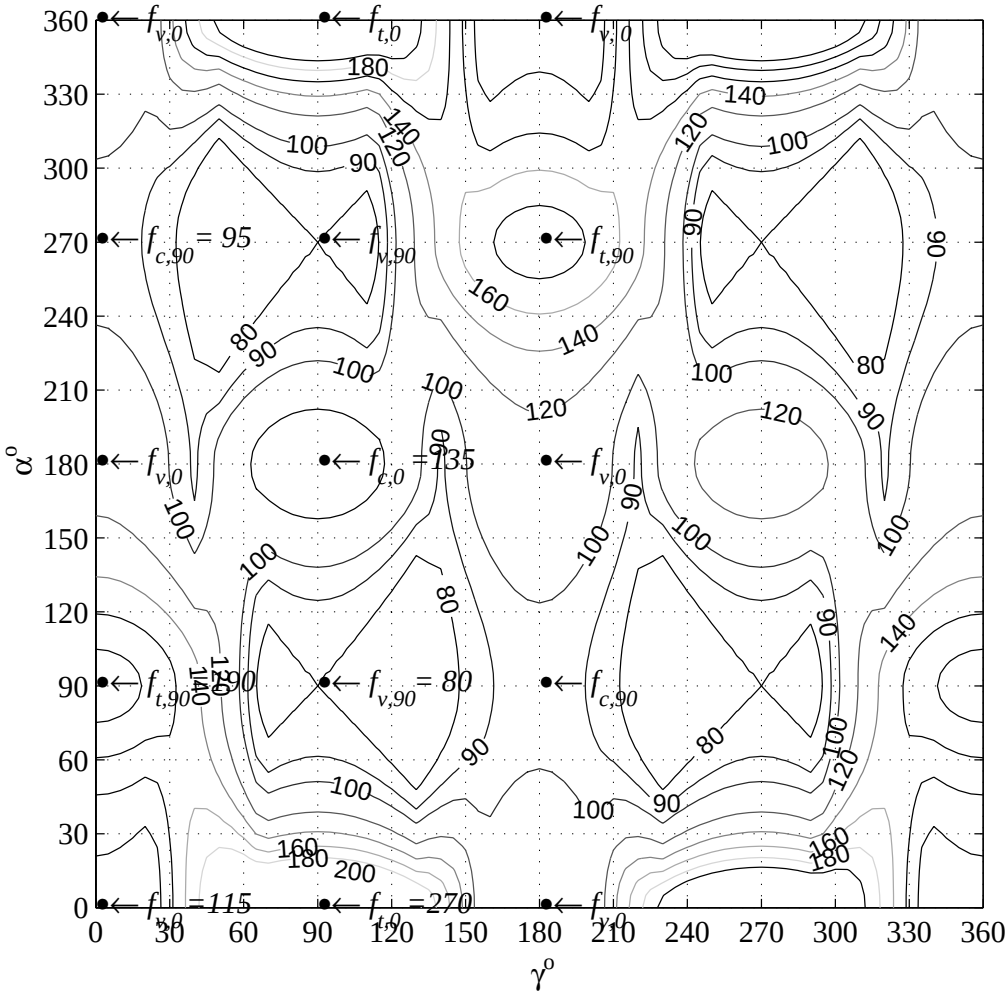
$$R_{y,d} \overset{\max}{=} \begin{cases} f_{t,90,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \cos(\gamma) & \text{ved træk} \\ f_{c,90,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \cos(\gamma) & \text{ved tryk} \\ f_{v,90,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \sin(\gamma) & \end{cases} \tag{7.29}$$

I afsnit 7.5.4 forklares, hvorfor pladens styrke udregnes som ovenstående.

Den maksimale værdi af F, der kan overføres iht. (7.27), er givet ved:

$$F \leq \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos\alpha}{R_x}\right)^2 + \left(\frac{\sin\alpha}{R_y}\right)^2}} \tag{7.30}$$

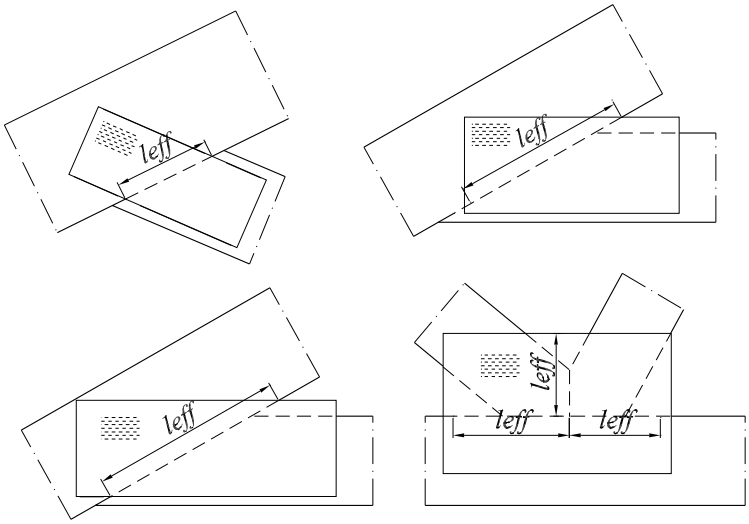
I figur 7.17 er $\frac{F}{l_{eff}}$ angivet som funktion af vinklerne α og β for de karakteristiske værdier angivet i tabel 7.4. Niveaukurverne er beregnet ved omskrivning af 7.30.



Figur 7.17: Variation af den karakteristiske pladestyrke pr. effektiv snitlængde (F/l_{eff}) som funktion af α og γ. Niveaukurverne er beregnet for værdierne angivet i tabel 7.4. Bemærk, symmetri om $\gamma = 180^o$.

Til den effektive snitlængde l_{eff} må ikke regnes pladedele nærmere end 10 mm fra *pladeender*. I figur 7.18 er angivet nogle eksempler på bestemmelse af effektive snitlængder.

Iht. DS 413 A. 1.5.2 (4) skal alle kritiske tværsnit undersøges. "K-samlingen" i figur 7.18 er statisk ubestemt, og kræfterne vil fordele sig efter stivheden af de enkelte pladefuger. Hvis pladen dækker over flere fuger, skal kræfterne i hver del bestemmes, således der opnåes ligevægt, og (7.27) er opfyldt i hvert snit.



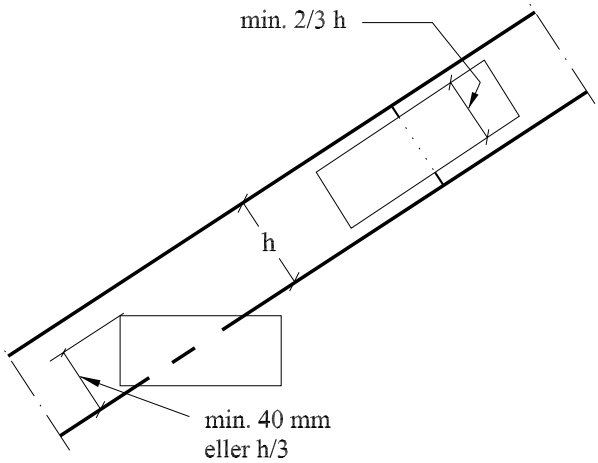
Figur 7.18: Størrelse af effektive snitlængder for tandplader.

7.3.5 Minimumstørrelse på tandplader

For at sikre, at spærene kan modstå belastninger hidrørende fra transport og montage, skal alle tandpladeforbindelser iht. DS 413 A.1.5.3 kunne overføre en K-last svarende til

$$F_{r,d} = 1.0 + 0.1 \cdot l \qquad [\text{kN}] \tag{7.31}$$

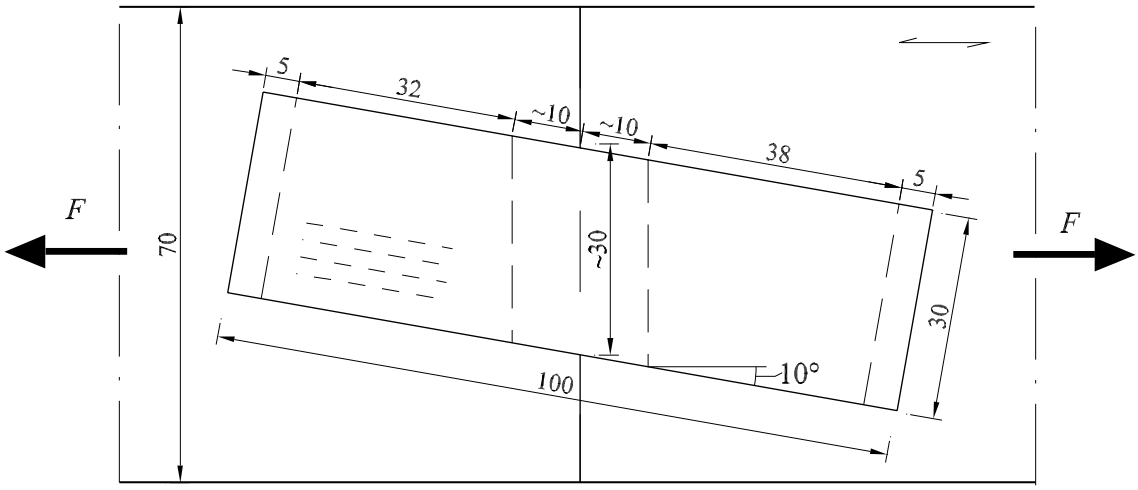
hvor l er længden af spæret i m. $F_{r,d}$ antages at virke i de respektive tyngdepunkter i en vilkårlig retning.
Herudover skal alle plader dække træet i en dybde $h/3$, dog mindst 40 mm, se figur 7.19. Tandplader ved stød i hoved eller fod skal dække mindst 2/3 af tværsnitshøjden.



Figur 7.19: Krav til minimumstørrelse af tandplader i forhold til tværsnitshøjden h.

7.3.6 Eksempel: Stødsamling med tandplade

En stødsamling i en 45×70 mm K18 bjælke er samlet med 2 stk. 30×100 mm FIK-tandplader, se figur 7.20. Tandpladen er roteret 10° i forhold til vandret. Samlingen belastes af en kraft F, som er parallel med fiberretningen og placeret i bjælkens tyngdepunkt.



Figur 7.20: Stødsamling med FIK-tandplade. Alle mål i mm.

Den maksimale trækstyrke for en K-last ønskes bestemt, idet konstruktionen regnes i normal sikkerhedsklasse.

Samlingen kan bryde på 3 måder:

1. trækbrud i træbjælken
2. forankringsbrud i tandpladernes tænder
3. brud i tandpladen

Trækbrud i træbjælken:

$$F \leq A \cdot f_{t,0,d} = (45 \cdot 70)\text{mm}^2\ 5.5\ \text{MPa} = \mathbf{17.33}\ \text{kN} \tag{7.32}$$

Forankringsbrud i tandplade:
Det effektive forankringsareal for 2 sømgrupper findes af (C.1) i bilag C:

$$A_{eff} = 0.5(1 + \frac{32}{38})30 \cdot 38 \cdot 2 = 2100\ \text{mm}^2 \tag{7.33}$$

Med $\alpha = 10^o$ og $\beta = 0^o$ kan forankringsstyrken bestemmes af:

$$f_{a,10,0,d} = 2.8\ \text{MPa}(1 - 0.65 \cdot \sin(10^o))\frac{0.9}{1.64} = 1.36\ \text{MPa} \tag{7.34}$$

Brudkriteriet for forankringsarealet er, idet der ses bort fra den lille ekscentricitet mellem sømgruppernes tyngdepunkt og kraftens angrebslinie:

$$F \leq f_{a,10,0,d} \cdot A_{eff} \tag{7.35}$$

$$\leq 1.36 \text{ MPa} \cdot 2100 \text{ mm}^2 = \mathbf{2.86} \text{ kN} \tag{7.36}$$

<u>Brud i plade:</u>
Idet $\alpha = 10^o$ og $\gamma = 80^o$ kan de regningsmæssige styrkeværdier for pladen udregnes:

$$R_{x,d} \overset{\max}{=} \begin{cases} f_{t,0,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \sin(\gamma) = \frac{270 \text{ N/mm}}{1.17} 30 \text{ mm} \cdot \sin(80^o) = \mathbf{6.82} \text{ kN} \\ f_{v,0,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \cos(\gamma) = \frac{115 \text{ N/mm}}{1.17} 30 \text{ mm} \cdot \cos(80^o) = 0.51 \text{ kN} \end{cases} \tag{7.37}$$

$$R_{y,d} \overset{\max}{=} \begin{cases} f_{t,90,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \cos(\gamma) = \frac{190 \text{ N/mm}}{1.17} 30 \text{ mm} \cdot \cos(80^o) = 0.85 \text{ kN} \\ f_{v,90,d} \cdot l_{\text{eff}} \cdot \sin(\gamma) = \frac{80 \text{ N/mm}}{1.17} 30 \text{ mm} \cdot \sin(80^o) = \mathbf{2.02} \text{ kN} \end{cases} \tag{7.38}$$

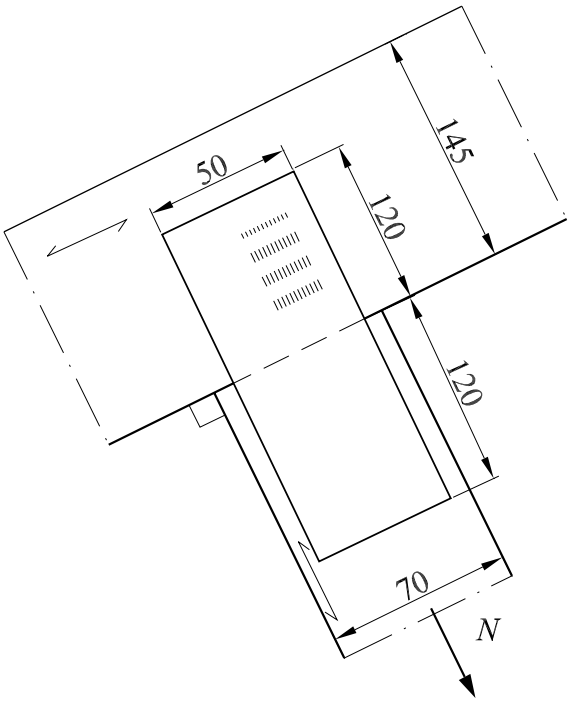
idet F_x og F_y vil give træk i samlingen. Kraften skal for pladebrud i to plader overholde følgende:

$$F \leq \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos\alpha}{2 \cdot R_{x,d}}\right)^2 + \left(\frac{\sin\alpha}{2 \cdot R_{y,d}}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{\cos(10^o)}{6.82 \text{ kN}}\right)^2 + \left(\frac{\sin(10^o)}{2.02 \text{ kN}}\right)^2}} = \mathbf{11.90} \text{ kN} \tag{7.39}$$

Brudkriteriet for forankringsbrud er således dimensionsgivende. $\mathbf{F_{max}} = \mathbf{2.86}$ kN.

7.4 Opgave 6

Opgave 6
En samling i spæret beskrevet i bilag B betragtes, se figur 7.21. Bæreevnen af tandpladesamlingen mellem gitterstang og spærhoved skal undersøges.



Figur 7.21: Samling mellem spærhoved og gitterstang. Alle mål i mm.

Der placeres 2 stk 50×240 mm FIK-plader. I spærhoved og gitterstang er anvendt K24 og K18, henholdsvis.

6.1 Bestem samlingens regningsmæssige forankringsbæreevne for en K-last i stangkraftens retning.

6.2 Bestem pladernes samlede regningsmæssige trækbæreevne.

6.3 Hvad er samlingens trækbæreevne for en K-last, når også flækning skal betragtes, se afsnit 7.6? Det antages, at $\max V = N$.

6.4 Bestem samlingens regningsmæssige trykbæreevne for en K-last.

6.5 Er kravene til minimumpladestørrelser overholdt?

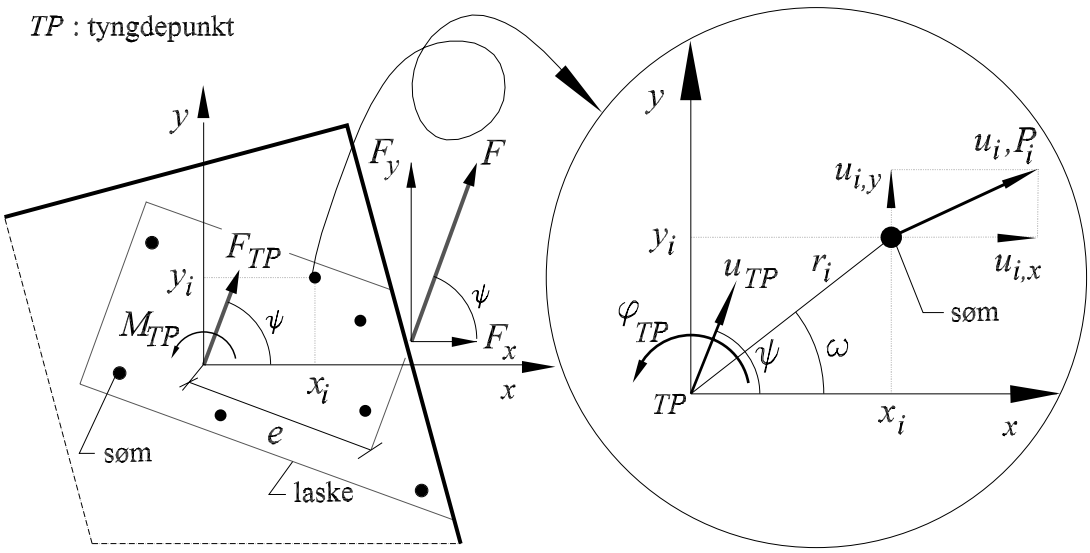
7.5 Ekscentrisk belastede forbindelser

I de to foregående afsnit er *centralt belastede* søm- og tandpladeforbindelser blevet beskrevet. En forbindelsesgruppe er central belastet, når kraftens angrebslinie går gennem forbindelsesmidlernes tyngdepunkt. I mange samlinger ligger angrebslinien for kraftresultanten dog i en afstand, e, fra forbindelsesmidlernes tyngdepunkt, se figur 7.22.

Metoder angivet i det følgende kan anvendes på alle typer af forbindelsesmidler. I det følgende anvendes blot betegnelsen "søm"for et vilkårligt forbindelsesmiddel. Det forudsættes, at der anvendes samme type af søm (forbindelsmiddel) i hele sømgruppen.
I afsnit 7.5.1 og 7.5.3 behandles samlinger ud fra lineær-elastiske antagelser. Hvis forbindelselsmidlerne har tilstrækkelig deformationskapacitet, kan plastiske antagelser anvendes, se SBI 194 afsnit 9.4.

7.5.1 Elastisk plan forbindelse

En gruppe af søm skal optage en kraftresultant, F, se figur 7.22. Sømmenes placering, kraftens størrelse og retning er alle kendte størrelser. Kraften i et vilkårligt søm, P_i, ønskes bestemt.



Figur 7.22: Ekscentrisk påvirket sømgruppe.

Kraften F ækvivaleres til en kraft, F_{TP}, og et moment, M_{TP}, i sømgruppens tyngdepunkt, som kan bestemmes vha. *ækvivalensbetingelserne*:

$$F_{TP} = F \tag{7.40}$$
$$M_{TP} = F \cdot e \tag{7.41}$$

Kraften F giver også anledning til en flytning, u_{TP}, og en gensidig vinkeldrejning, φ_{TP}, i sømgruppens tyngdepunkt på lasken, se figur 7.22 til højre. Flytningerne i tyngdepunktet vil medføre flytninger af de enkelte søm. Under antagelse af, at lasken foretager en *stiv legeme flytning* med en *lille* rototation af tyngdepunktet, vil flytningerne af søm nr. i, placeret i punktet (x_i, y_i), blive:

$$u_{i,x} = u_{TP} \cdot \cos(\psi) - \varphi_{TP} \cdot r_i \cdot \sin(\omega) = u_{TP,x} - \varphi_{TP} \cdot y_i \tag{7.42}$$
$$u_{i,y} = u_{TP} \cdot \sin(\psi) + \varphi_{TP} \cdot r_i \cdot \cos(\omega) = u_{TP,y} + \varphi_{TP} \cdot x_i \tag{7.43}$$

Under forudsætning af, at sammenhængen mellem sømkraften P og flytningen af sømmet u er lineær-elastisk med stivheden k og uafhængig af retningen (isotropisk), kan følgende *konstitutive ligninger* opskrives for søm nr. i:

$$P_i = k \cdot u_i \Leftrightarrow \begin{cases} P_{i,x} = k \cdot u_{i,x} \\ P_{i,y} = k \cdot u_{i,y} \\ P_i = \sqrt{P_{i,x}^2 + P_{i,y}^2} \end{cases} \tag{7.44}$$

I en samling med n søm kan opstilles følgende:
Vandret projektion:

$$F_{TP,x} = F_x = \sum_{i=1}^{n} P_{i,x} = \sum_{i=1}^{n} (k \cdot u_{i,x}) = k \sum_{i=1}^{n} (u_{TP,x} - \varphi_{TP} \cdot y_i) \tag{7.45}$$

Lodret projektion:

$$F_{TP,y} = F_y = \sum_{i=1}^{n} P_{i,y} = \sum_{i=1}^{n} (k \cdot u_{i,y}) = k \sum_{i=1}^{n} (u_{TP,y} + \varphi_{TP} \cdot x_i) \tag{7.46}$$

Moment (mod uret):

$$\begin{aligned} F \cdot e = M_{TP} &= \sum_{i=1}^{n} (P_{i,y} \cdot x_i - P_{i,x} \cdot y_i) \\ &= \sum_{i=1}^{n} (k \cdot u_{i,y} \cdot x_i - k \cdot u_{i,x} \cdot y_i) \\ &= k \sum_{i=1}^{n} \Big((u_{TP,y} + \varphi_{TP} \cdot x_i) x_i - (u_{TP,x} - \varphi_{TP} \cdot y_i) y_i \Big) \end{aligned} \tag{7.47}$$

Hvis $x, y-$systemet placeres i sømgruppens tyngdepunkt opnåes

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 0 \tag{7.48}$$
$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 0 \tag{7.49}$$

og dermed kan (7.45), (7.46) og (7.47) skrives

$$F_{TP,x} = F_x = k \cdot n \cdot u_{TP,x} \tag{7.50}$$

$$F_{TP,y} = F_y = k \cdot n \cdot u_{TP,y} \tag{7.51}$$

$$M_{TP} = F \cdot e = k \cdot \varphi_{TP} \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 + y_i^2) \tag{7.52}$$

For at finde kraften P_i skal flytningerne og vinkeldrejningen i sømgruppens tyngdepunkt bestemmes. Disse findes ved omskrivning af (7.50), (7.51) og (7.52):

$$u_{TP,x} = \frac{F_x}{k \cdot n} \tag{7.53}$$

$$u_{TP,y} = \frac{F_y}{k \cdot n} \tag{7.54}$$

$$\varphi_{TP} = \frac{M_{TP}}{k \cdot I_p} \tag{7.55}$$

hvor I_p er sømgruppens *polære inertimoment* givet ved:

$$I_P = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 + y_i^2) \tag{7.56}$$

Kraften i søm nr. i findes ved indsættelse af (7.53), (7.54) og (7.55) i (7.42), (7.43) og (7.44). Der opnåes således følgende:

$$\begin{aligned} P_{i,x} = k \cdot u_{i,x} &= k(u_{TP,x} - \varphi_{TP} \cdot y_i) \\ &= \frac{F_x}{n} - \frac{M_{TP} \cdot y_i}{I_p} \end{aligned} \tag{7.57}$$

$$\begin{aligned} P_{i,y} = k \cdot u_{i,y} &= k(u_{TP,y} + \varphi_{TP} \cdot x_i) \\ &= \frac{F_y}{n} + \frac{M_{TP} \cdot x_i}{I_p} \end{aligned} \tag{7.58}$$

$$P_i = \sqrt{P_{i,x}^2 + P_{i,y}^2} \tag{7.59}$$

(7.57) og (7.58) har en slående lighed med Naviers formel.

Sømkraften kan også findes ved at opskrive ligevægtsligningerne for kraften F og momentet M_{TP} hver for sig:

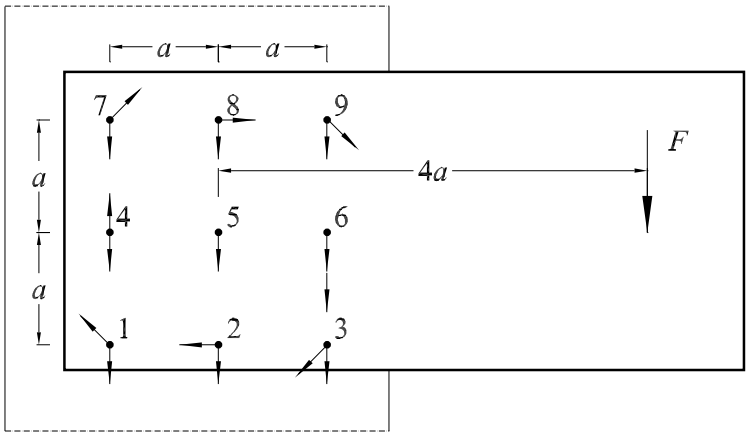
$$P_{F,i} = \frac{F}{n} \tag{7.60}$$

$$P_{M,i} = \frac{M_{TP} \cdot r_i}{I_p} \tag{7.61}$$

hvor $P_{F,i}$ er sømkraften hidrørende fra F og $P_{M,i}$ er sømkraften hidrørende fra M_{TP}. Den totale kraft på søm i, P_i, findes ved at sammensætte $P_{F,i}$ og $P_{M,i}$ vektorielt. $P_{F,i}$ er parallel med kraften F og $P_{M,i}$ står vinkelret på radius fra sømgruppens tyngdepunkt og ud til søm nr. i.

7.5.2 Eksempel: Bestemmelse af maksimal sømkraft

En sømgruppe med 9 søm er placeret som vist på figur 7.23. Sømgruppen belastes med en nedadrettet kraft F i afstanden $4 \cdot a$. Den maksimale sømkraft ønskes bestemt.



Figur 7.23: Ekscentrisk påvirket sømgruppe med 9 søm.

På figur 7.23 er yderligere vist belastningen fra lasken på sømmene. Lasten deles op i to bidrag: et bidrag fra F, som er ligeligt fordelt på alle søm, og et bidrag fra momentet $M_{TP} = F \cdot 4a$.

$$P_F = \frac{F}{n} = \frac{F}{9} \tag{7.62}$$

$$P_{M,i} = \frac{M_{TP} \cdot r_i}{I_p} = \frac{F \cdot 4a \cdot r_i}{12a^2} = \frac{F \cdot r_i}{3a} = \tag{7.63}$$

Kraften på søm 3 eller 6 vurderes at være dimensionsgivende.
Kraften på søm 6 er givet ved:

$$P_6 = P_F + P_{M,6} = \frac{F}{9} + \frac{F \cdot a}{3a} = \frac{4}{9}\,F \tag{7.64}$$

Kraften på søm 3 deles op i et vandret og lodret bidrag:

$$P_{3,v} = P_{M,3v} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{F \cdot \sqrt{2} \cdot a}{3a} = \frac{F}{3} \tag{7.65}$$

$$P_{3,l} = P_F + P_{M,3l} = \frac{F}{9} + \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{F \cdot \sqrt{2} \cdot a}{3a} = \frac{4 \cdot F}{9} \tag{7.66}$$

Kraften på søm 3 er da givet ved:

$$P_3 = \sqrt{P_{3,v}^2 + P_{3,l}^2} = F\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^2} = \frac{5}{9}\,F \quad > P_6 \tag{7.67}$$

Sømkraften på søm nr. 3 er således dimensionsgivende.□

7.5.3 Ekscentrisk belastede sømgrupper i tandplader

Når sømgruppen består af mange ligeligt fordelte søm, som i en tandplade, er det muligt, i stedet for at betragte sømmene som placeret i diskrete punkter, at betragte sømmene pr. arealenhed. Herved opnåes, at sømlasten i (7.60) og (7.61) kan udtrykkes ved "forskydningsspændinger".

$$\tau_{F,i} = \frac{F}{A} \tag{7.68}$$

$$\tau_{M,i} = \frac{M_{TP} \cdot r_i}{I_p} \tag{7.69}$$

Iht. DS 413 afs. A 1.5 er

$$\tau_F = \frac{F_A}{A_{\text{eff}}} \tag{7.70}$$

$$\tau_M = \frac{M_A \cdot r_{max}}{I_p} \tag{7.71}$$

hvor

F_A og M_A: er henholdsvis kraft og moment henført til tyngdepunktet af det effektive areal, A_{eff}.

τ_F: er forskydningsspændingen hidrørende fra F_A.

τ_M: er den maksimale forskydningsspænding hidrørende fra M_A.

I_p: er det polære inertimoment udregnet for det effektive areal.

r_{max}: er afstanden fra tyngdepunktet af det effektive areal til det fjerneste punkt i det effektive areal.

Det polære inertimoment I_p er for en vilkårlig plan flade med arealet $\mathcal{A}$ defineret ved:

$$I_p = \int_{\mathcal{A}} (x^2 + y^2)\, d\mathcal{A} \tag{7.72}$$

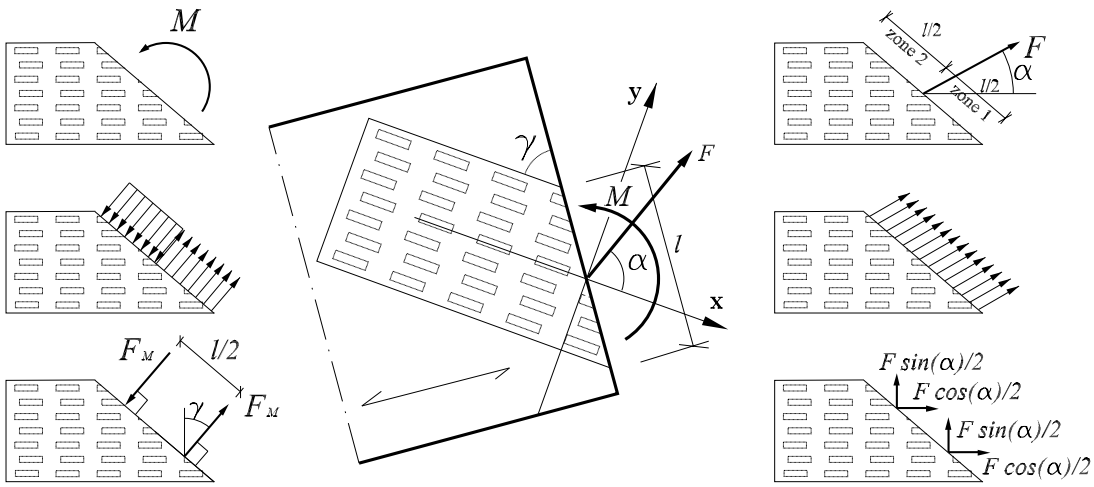
Udregning af det polære inertimoment for trapezformede områder er givet i bilag C. (7.70) og (7.71) er netop udgangspunktet for forskydningsspændingerne i brudkriterierne for ekscentrisk belastede tandplader. Brudkriterierne for forankringsbrud er iht. DS 413 A 1.5.1 givet ved:

$$\tau_F \leq f_{a,\alpha,\beta,d} \tag{7.73}$$

$$\tau_M \leq 2.0 \cdot f_{a,90,90,d} \tag{7.74}$$

$$\tau_F + \tau_M \leq 1.5 \cdot f_{a,\alpha,\beta,d} \tag{7.75}$$

Ovennævnte brudkriterier er empirisk bestemt.



Figur 7.24: Bjælke med tandplade og pladedel med belastninger. α er vinklen mellem $x-$retningen og kraften i centrum af fugens pladelængde l. γ er vinklen mellem $x-$retningen og forbindelsens fugeretning.

7.5.4 Ekscentrisk belastede tandplader

I pladearealet mellem to sømgrupper kan der, ud over kraften F, også optræde et moment, se figur 7.24. Ud fra en *plastisk betragtning* antages, at påvirkningen på pladen fra henholdsvis F og M kan fordeles jævnt over fugelængden l, se figur 7.24. Dermed kan belastningerne på nedre og øvre halvzone opskrives, idet $F_M = \frac{2 \cdot M}{l}$.

$$\text{zone 1:} \quad F_{x,1} = \frac{F}{2}\cos(\alpha) + F_M \sin(\gamma) \tag{7.76}$$

$$F_{y,1} = \frac{F}{2}\sin(\alpha) + F_M \cos(\gamma) \tag{7.77}$$

$$\text{zone 2:} \quad F_{x,2} = \frac{F}{2}\cos(\alpha) - F_M \sin(\gamma) \tag{7.78}$$

$$F_{y,2} = \frac{F}{2}\sin(\alpha) - F_M \cos(\gamma) \tag{7.79}$$

Spændingerne i pladens hovedretninger findes ved at dividere belastningerne på delzonerne med pladetykkelsen t og den halve fugelængde $\frac{l}{2}$.

$$\text{zone 1:} \quad \sigma_{x,1} = \frac{F}{t \cdot l}\cos(\alpha) + \frac{2 \cdot F_M}{t \cdot l}\sin(\gamma) \tag{7.80}$$

$$\sigma_{y,1} = \frac{F}{t \cdot l}\sin(\alpha) + \frac{2 \cdot F_M}{t \cdot l}\cos(\gamma) \tag{7.81}$$

$$\text{zone 2:} \quad \sigma_{x,2} = \frac{F}{t \cdot l}\cos(\alpha) - \frac{2 \cdot F_M}{t \cdot l}\sin(\gamma) \tag{7.82}$$

$$\sigma_{y,2} = \frac{F}{t \cdot l}\sin(\alpha) - \frac{2 \cdot F_M}{t \cdot l}\cos(\gamma) \tag{7.83}$$

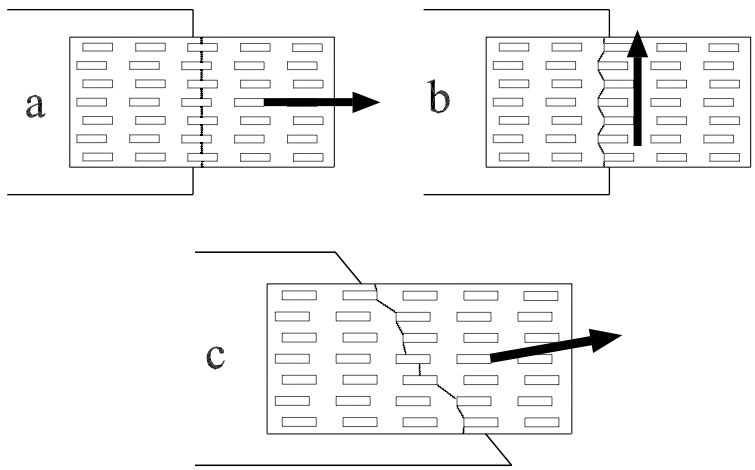
F_x og F_y, som skal bruges i brudkriteriet givet ved (7.27) på side 59, findes ved at multiplicere (7.80) til (7.83) med pladens tværsnitsareal i fugen $t \cdot l$ og herved fåes (7.84) og (7.85). En positiv værdi betyder træk, og en negativ værdi betyder tryk.

$$F_x = F \cdot \cos(\alpha) \pm 2 \cdot F_M \cdot \sin(\gamma) \tag{7.84}$$

$$F_y = F \cdot \sin(\alpha) \pm 2 \cdot F_M \cdot \cos(\gamma) \tag{7.85}$$

hvor $F_M = \frac{2M}{l_{\text{eff}}}$ i regningsmæssig tilstand.

Et træk-, tryk- eller forskydningsbrud i pladen vil tilnærmelsesvis ske langs fugelinien, se figur 7.25.



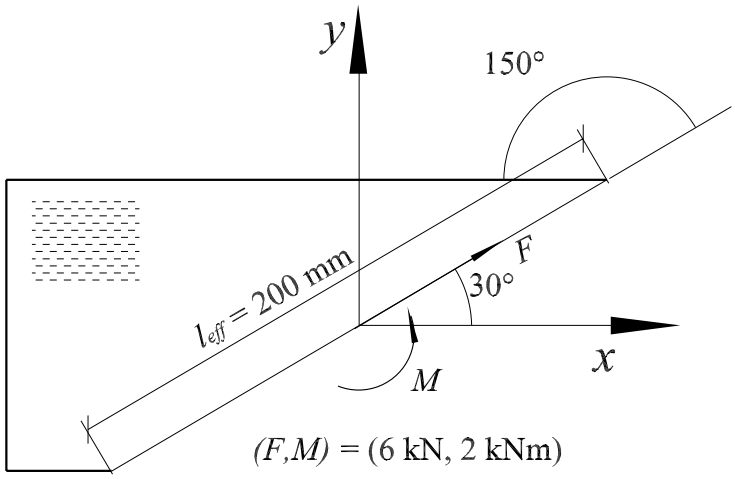
Figur 7.25: Brudtyper (linier) i plade ved forskellige orienteringer af fugelinie og belastning.

Belastes en plade orienteret ved $\gamma = 90^o$ med træk eller tryk i plades x-retning, vil bruddet udvikles ved træk- henholdsvis trykbrud i de enkelte pladestrimler, se figur 7.25a. Belastes den samme plade ved forskydning, vil bruddet udvikles ved forskydningsbrud i de enkelte pladestrimler, se figur 7.25b.

Når lastretningen og fugelinien ikke er sammenfaldende med pladens hovedretninger, vil brudlinien i pladen blive dannet af forskellige (komplicerede) kombinationer af træk/tryk- og forskydningsbrud, se figur 7.25c. Ved udregning af pladens styrke vælges den største værdi af de to brudmåder, se (7.28) og (7.29) på side 59. Forsøg viser, at (7.27) er på den sikre side.

7.5.5 Eksempel: Bæreevne af ekscentrisk belastet tandplade

To tandplader i en samling er påvirket med de regningsmæssige kræfter $(F, M) = (6\ \text{kN}, 2\ \text{kNm})$. Orientring af kraften F i forhold til pladens hovedretning og fugeretning er angivet i figur 7.26.



Figur 7.26: Opdeling af kræfter i tandplade.

Bemærk, at orienteringen af $xy-$systemet betyder, at $F_x > 0 \rightarrow$ træk og $F_y > 0 \rightarrow$ tryk.

Kræfterne på nedre og øvre pladehalvdel giver:

$$\text{nedre:} \quad F'_x = \frac{F}{2}\cos(\alpha) + F_M \sin(\gamma) \tag{7.86}$$

$$F'_y = \frac{F}{2}\sin(\alpha) + F_M \cos(\gamma) \tag{7.87}$$

$$\text{øvre:} \quad F'_x = \frac{F}{2}\cos(\alpha) - F_M \sin(\gamma) \tag{7.88}$$

$$F'_y = \frac{F}{2}\sin(\alpha) - F_M \cos(\gamma) \tag{7.89}$$

Idet F'_x og F'_y kun virker over den halve fugelængde, skal ovenstående ligninger multipliceres med 2, da $R_{x,d}$ og $R_{y,d}$ i (7.30) beregnes af den fulde fugelængde.

Belastningerne på pladehalvdelene F_x og F_y bliver således, idet $\alpha = 30^o$, $\gamma = 150^o$ og $l_{eff} = 200$ mm:

$$\begin{aligned}
\text{nedre: } F_x &= 6\text{ kN}\cos(30^o) + 2\,\frac{2\cdot 2\text{ kNm}}{0.2\text{ m}}\sin(150^o) \\
&= 5.20\text{ kN} + 20\text{ kN} = 25.20\text{ kN} \;> 0 \Rightarrow \text{træk} && (7.90)\\
F_y &= 6\text{ kN}\sin(30^o) + 2\,\frac{2\cdot 2\text{ kNm}}{0.2\text{ m}}\cos(150^o) \\
&= 3.00\text{ kN} + (-34.64)\text{ kN} = -31.64\text{ kN} \;< 0 \Rightarrow \text{træk} && (7.91)\\
\text{øvre: } F_x &= 6\text{ kN}\cos(30^o) - 2\,\frac{2\cdot 2\text{ kNm}}{0.2\text{ m}}\sin(150^o) \\
&= 5.20\text{ kN} - 20\text{ kN} = -14.80\text{ kN} \;< 0 \Rightarrow \text{tryk} && (7.92)\\
F_y &= 6\text{ kN}\sin(30^o) - 2\,\frac{2\cdot 2\text{ kNm}}{0.2\text{ m}}\cos(150^o) \\
&= 3.00\text{ kN} - (-34.64)\text{ kN} = 37.64\text{ kN} \;> 0 \Rightarrow \text{tryk} && (7.93)
\end{aligned}$$

Pladens styrke beregnes af (7.28) og (7.29) på side 59:

$$R_{x,d} \overset{\max}{=} \begin{cases} \frac{270\text{ N/mm}}{1.17}\cdot 200\text{ mm}\cdot\sin(150^o) = 23.08\text{ kN} & \text{ved træk} \\ \frac{135\text{ N/mm}}{1.17}\cdot 200\text{ mm}\cdot\sin(150^o) = 11.54\text{ kN} & \text{ved tryk} \\ \frac{115\text{ N/mm}}{1.17}\cdot 200\text{ mm}\cdot\cos(150^o) = 17.03\text{ kN} & \end{cases}$$

$$R_{x,d} \overset{\max}{=} \begin{cases} 23.08\text{ kN} & \text{ved træk} \\ 17.03\text{ kN} & \text{ved tryk} \end{cases} \qquad (7.94)$$

$$R_{y,d} \overset{\max}{=} \begin{cases} \frac{190\text{ N/mm}}{1.17}\cdot 200\text{ mm}\cdot\cos(150^o) = 28.13\text{ kN} & \text{ved træk} \\ \frac{95\text{ N/mm}}{1.17}\cdot 200\text{ mm}\cdot\cos(150^o) = 14.06\text{ kN} & \text{ved tryk} \\ \frac{80\text{ N/mm}}{1.17}\cdot 200\text{ mm}\cdot\sin(150^o) = 6.84\text{ kN} & \end{cases}$$

$$R_{y,d} \overset{\max}{=} \begin{cases} 28.13\text{ kN} & \text{ved træk} \\ 14.06\text{ kN} & \text{ved tryk} \end{cases} \qquad (7.95)$$

Både nedre og øvre pladehalvdel skal opfylde brudbetingelsen (7.27):

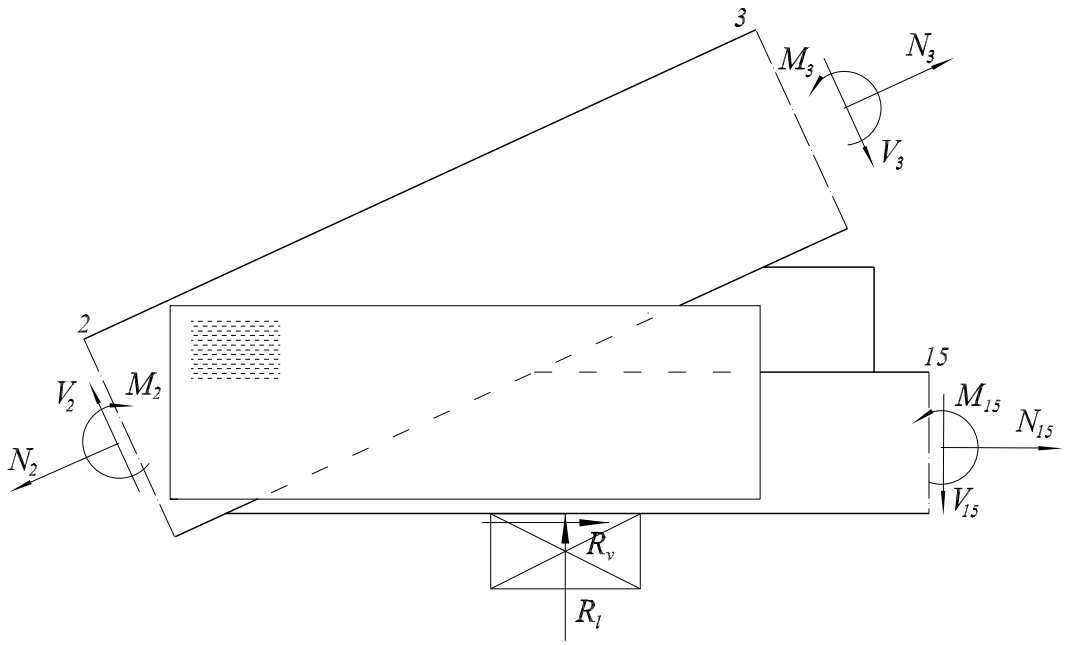
$$\text{nedre: } \left(\frac{25.20\text{ kN}}{2\cdot 23.08\text{ kN}}\right)^2 + \left(\frac{31.64\text{ kN}}{2\cdot 28.13\text{ kN}}\right)^2 = 0.61 \le 1 \;\checkmark \qquad (7.96)$$

$$\text{øvre: } \left(\frac{14.80\text{ kN}}{2\cdot 17.03\text{ kN}}\right)^2 + \left(\frac{37.64\text{ kN}}{2\cdot 14.06\text{ kN}}\right)^2 = 1.98 > 1 \;\%\,! \qquad (7.97)$$

Faktoren 2 i nævneren skyldes anvendelsen af to plader i samlingen.
Som det ses, er brudkravet ikke overholdt i den øvre pladehalvdel, og derfor må der vælges en kraftigere plade eller en større pladedimension. □

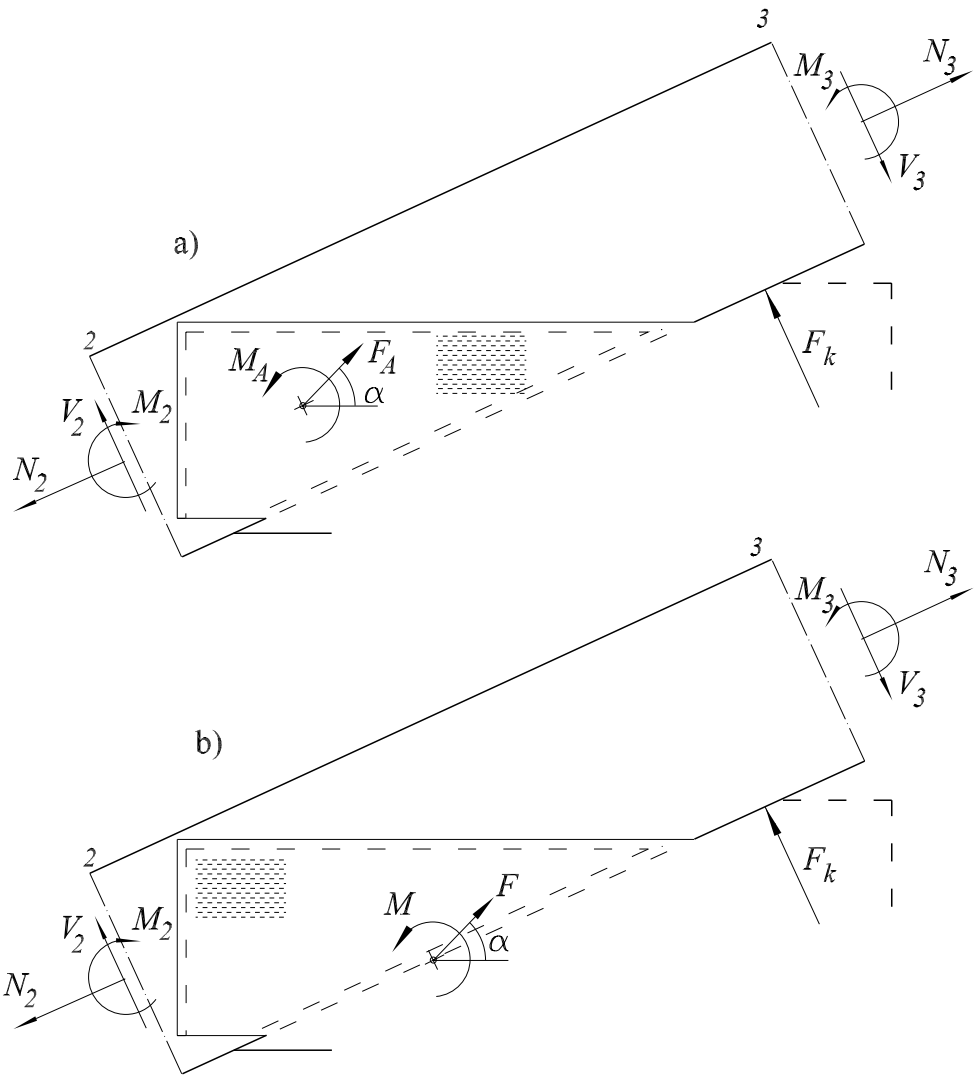
7.5.6 Bestemmelse af kræfter

I de foregående sektioner er beskrevet, hvordan sømgrupper og tandplader skal dimensioneres, når kræfterne i tyngdepunkterne er givet. Generelt er disse kræfter ikke umiddelbart givet. Er samlingen statisk bestemt, kan de bestemmes af ligevægtsligningerne. Er samlingen statisk ubestemt (flere end 3 ubekendte), kan de ikke findes af ligevægtsligningerne alene. Der kan gøres nogle antagelser (gæt) om fordelingen af kræfterne, som skal opfylde de statiske betingelser.



Figur 7.27: Snitkræfter ved en hælsamling.

På figur 7.27 er vist en statisk ubestemt hælsamling. Snitkræfterne N, V, M i snit 2, 3, og 15 vil, sammen med reaktionerne (R_v, R_l) og de ydre belastninger (ej vist), danne et system i ligevægt. Snittes alene spærhovedet fri, belastes det af snitkræfterne i snit 2 og 3 samt af et kontakttryk F_k og kræfterne i sømgruppens tyngdepunkt F_A og M_A, se figur 7.28a.

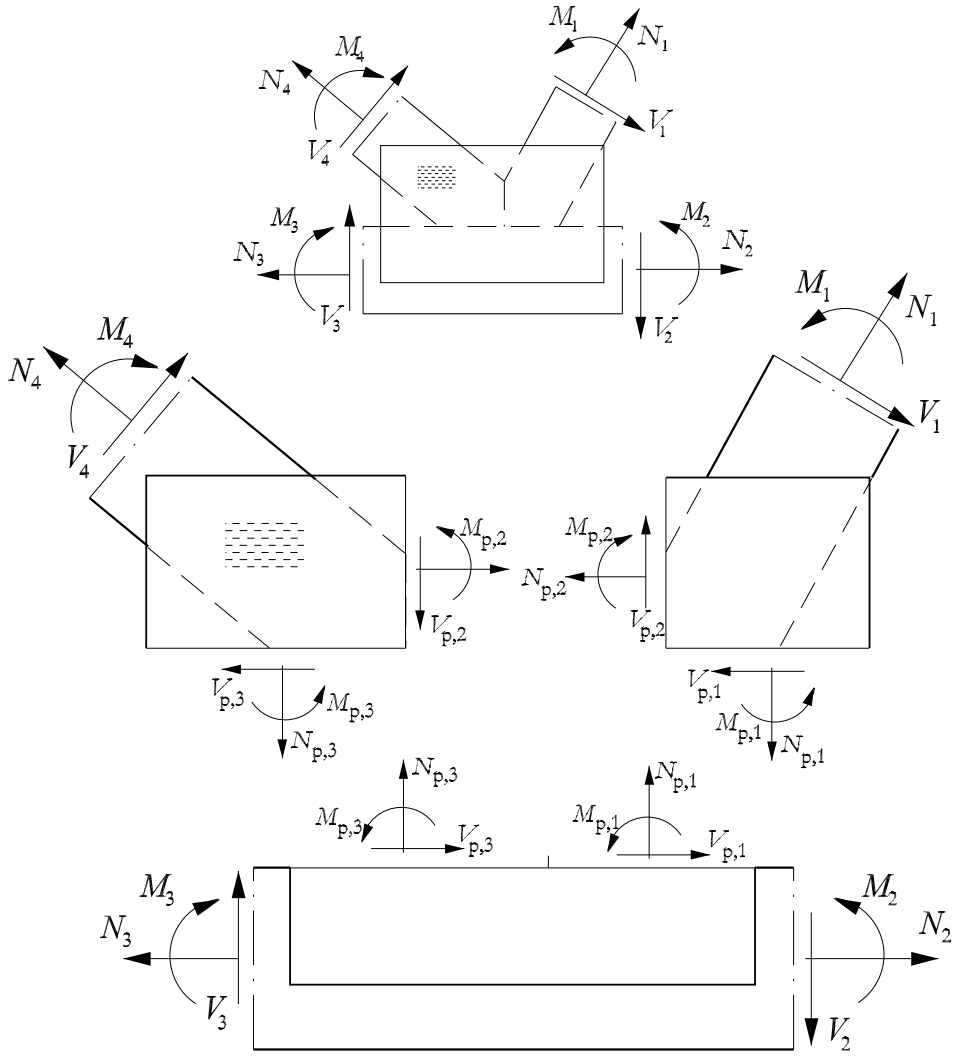


Figur 7.28: Snitkræfter ved løsskåret spærhoved.

Kraftsystemet i figur 7.28a er én gange statisk ubestemt, idet F_A, M_A, α og F_k er ubekendte. Systemet kan løses ved at antage $F_k = V_3$, dvs. der vælges en størrelse af kontakttrykket. Herefter kan F_A, M_A og α bestemmes af ligevægtsligningerne. På lignende måde kan belastningerne F og M i pladens fugelinie bestemmes, se figur 7.28b.

Sammenholdes kraftsystemet på figur 7.27 med modellerne i figur 3.2 på side 11 ses, at antagelsen om overførelsen af kontakttrykket bedst passer med modellen på figur 3.2 til højre.

På figur 7.29 er vist en statisk ubestemt K-samling. Snitkræfterne (N_1, V_1, M_1), (N_2, V_2, M_2), (N_3, V_3, M_3) og (N_4, V_4, M_4) vil sammen med en ydre last på spærfoden (ej vist) danne et system i ligevægt.



Figur 7.29: Kræfter i en statisk ubestemt K-samling. Der ses bort fra kontakt kræfter.

Skæres pladen over i fugelinierne og påsættes snitkræfter, skal der igen opnås 3 systemer i ligevægt. Der ses i dette tilfælde bort fra kontaktkræfter mellem trædele. I ovennævnte tilfælde findes 9 ubekendte, og der må gøres 6 antagelser (gæt) på fordelingen af kræfterne. Når kræfterne i pladernes fugelinier er givet, kan kræfterne i sømgruppernes tyngdepunkt bestemmes direkte.

I virkeligheden vil kræfterne fordeles efter stivheden i samlingen. En plade med relativ stor stivhed vil tiltrække flere kræfter. Der findes beregningsmodeller der kan inkludere stivheden af sømgrupper og tandplader. De er dog endnu ikke blevet implementeret i kommercielle beregningsprogrammer.

7.6 Flækning

Hvis træ påvirkes med en kraft, der danner en vinkel med fiberretningen, er der risiko for, at flækning kan optræde. Brudkriteriet for flækning er iht. DS 413 6.5.1 (5) givet ved:

$$V_d \leq \frac{2 \cdot f_{v,d} \cdot t \cdot h_{eff}}{3} \tag{7.98}$$

hvor

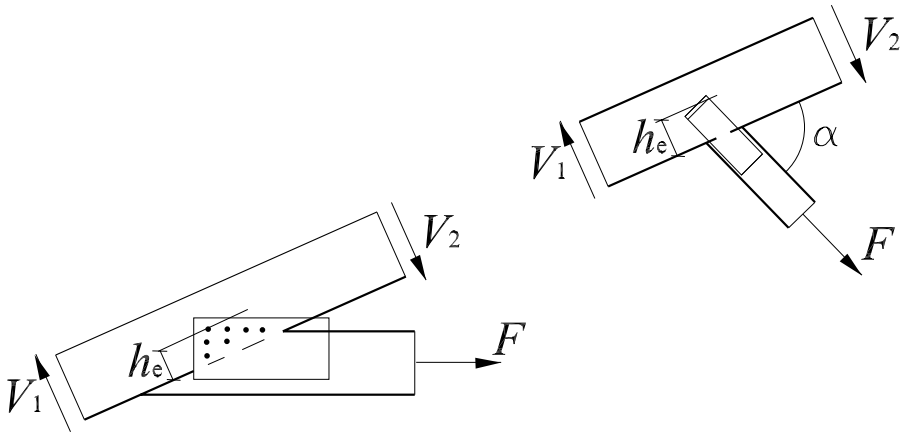
V_d: er den af forbindelsen frembragte maksimale (numerisk største) regningsmæssige forskydningskraft, dvs:

$$V_d \overset{\max}{=} \begin{cases} |V_1| \\ |V_2| \end{cases} \tag{7.99}$$

$f_{v,d}$: er den regningsmæssige forskydningsstyrke af tværbjælken,

t: er tykkelsen af træet,

h_{eff}: er den effektive højde, dvs. den største afstand målt vinkelret på fibrene fra belastet kant til fjerneste forbindelsesmiddel, se figur 7.30.



Figur 7.30: Bjælker udsat for en kraft under en vinkel med fiberretningen og definition af den effektive højde h_e.

V_1 og V_2 kan bestemmes af relationen:

$$F_{90} = F \cdot \sin(\alpha) = |V_1| + |V_2| \tag{7.100}$$

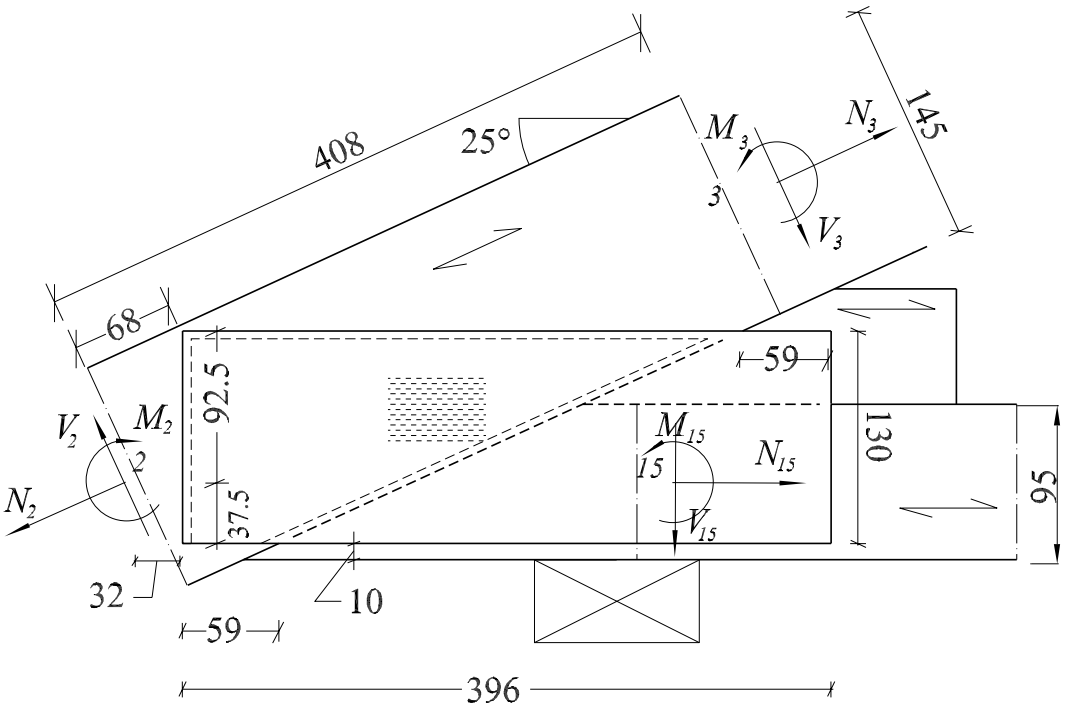
Flækning skal undersøges i alle typer af samliger. Det skal vurderes, om flækning er en mulig brudform.

7.7 Opgave 7

Bæreevnen af hælsamlingen i spæret beskrevet i bilag A og B ønskes eftervist. Samlingen regnes for lastkombinationen $G+1.5S_2+1.0Ny+0.5V$ (Ø-last), hvilken giver følgende snitkræfter:

N_2	=	0.15	kN	N_3	=	-17.96	kN
V_2	=	-0.44	kN	V_3	=	2.77	kN
M_2	=	-0.13	kNm	M_3	=	-1.93	kNm

Snitkræfterne ved knude 2, 3 og 15 vil, sammen med reaktionerne (ej vist) og lasterne på spærhoved og -fod (ej vist), danne et system i ligevægt. Hælsamlingen er vist på figur 7.31.

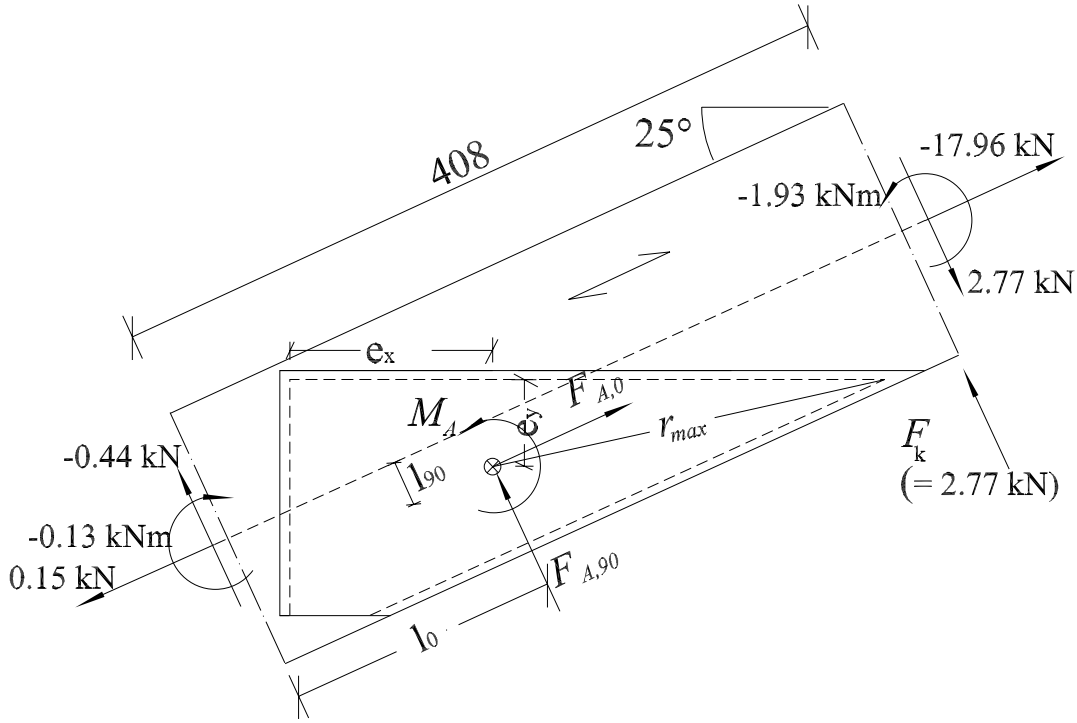


Figur 7.31: Hælsamling med 130×396mm FIK tandplade. Alle mål i mm. Pladen placeres symmetrisk om fugen.

Det antages, at forskydningskraften V_3 optages ved kontakttryk mellem spærhoved og øvre del af kilen. Bæreevnen af sømgrupperne på spærhovedet og selve tandpladen ønskes eftervist med ovenstående snitkræfter.

7.1 Beregn tværsnitskonstanter (A_{eff}, e_x, e_y, I_p og r_{max}) for det effektive areal på spærhovedet.

7.2 Opstil ligevægtsligningerne for spærhovedet alene, idet sømgruppen på spærhovedet påvirkes af det kraftsystem, som sammen med N_2, V_2, M_2, N_3 og M_3 er i ligevægt, se figur 7.32. (l_0 = 146 mm og l_{90} = 23 mm)

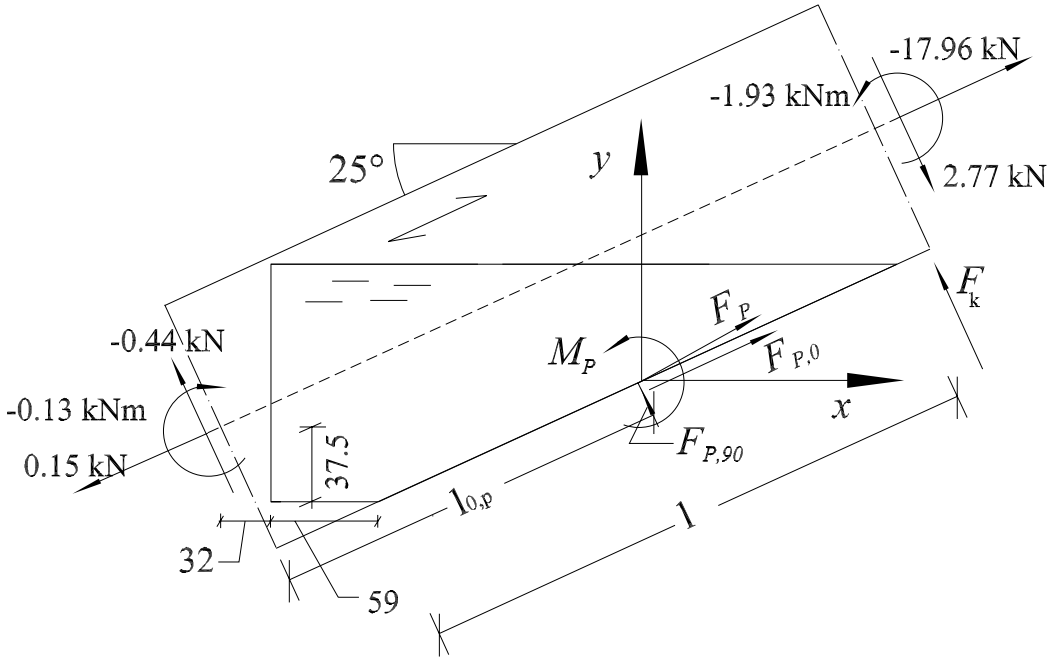


Figur 7.32: Kræfter på spærhovedet. Alle mål i mm.

7.3 Bestem belastningerne i spærhovedets sømgruppe, (F_A, M_A).

7.4 Eftervis sømgruppens bæreevne.

7.5 Eftervis tandpladens (stålet i fugen) bæreevne, se figur 7.33.

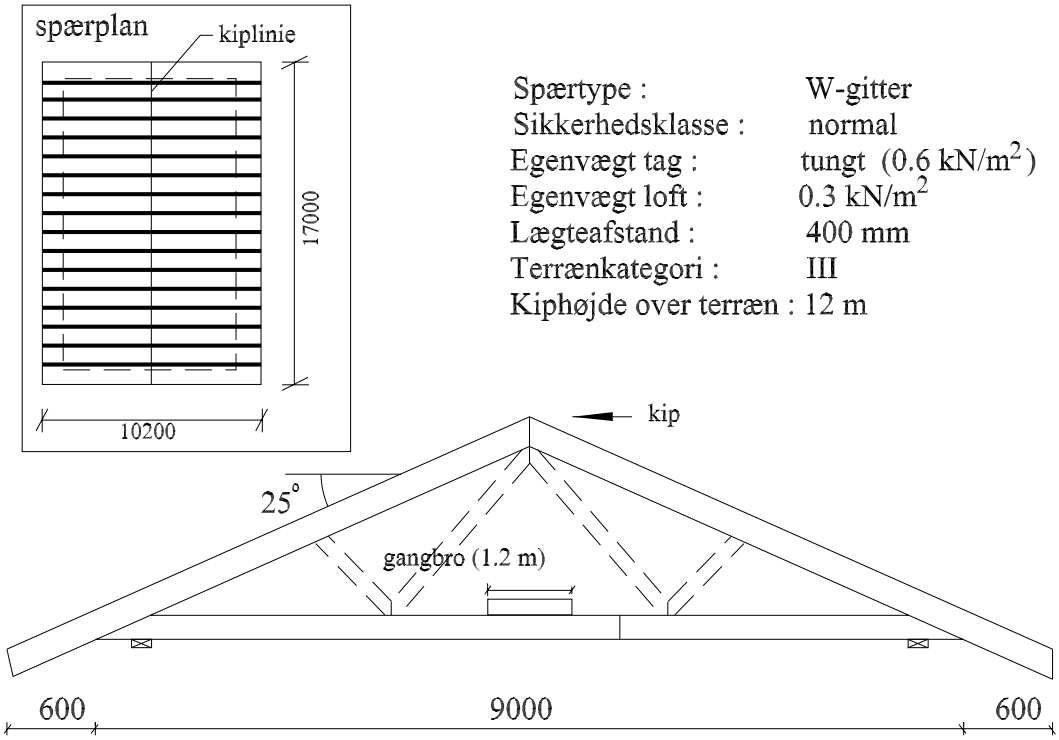


Figur 7.33: Kræfter på spærhoved ved hælsamlingen til bestemmelse af kræfter i fugens tyngdepunkt. Alle mål i mm.

Bilag A

Eksempel på laster og lastkombinationer

For et givet spær opstilles laster, lasttilfælde og lastkombinationer. Der regnes på symmetriske W-gitterspær med 25° taghældning, som vist på figur A.1.



Figur A.1: Dimensioner og oplysninger, som bør angives til opstilling af laster på et spær. Alle mål i mm.

Alle spærene udføres ens. Der opstilles laster for et spær placeret midt i bygningen. Der kan dog optræde øgede vindkræfter nær gavlene, men da spærene ved gavlene også kun skal bære halvdelen af tag-, loftkonstruktionen og gangbrolasten i de yderste spærfag, ses normalt bort fra denne afvigelse.

Spærene danner et sadeltag med gavl i begge ender. Spærene placeres med en afstand på max. 1.0 m. I det følgende er der således ingen forskel på om lasterne angives i kN/m^2 eller kN/m.

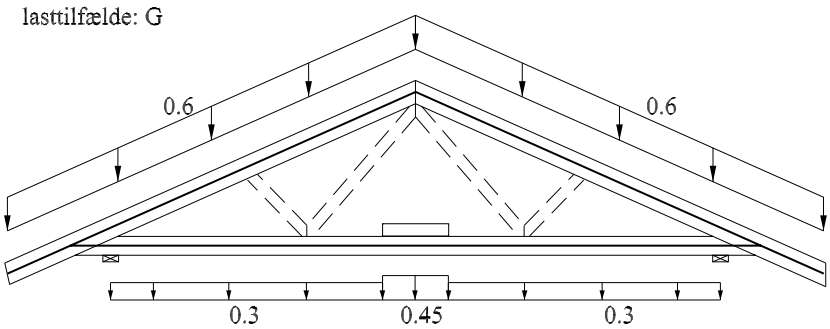
I det følgende er system-linierne også indtegnet for at klargøre, hvor lasterne regnes fra og til i beregningsmodellen.

A.1 Laster på spæret

Spæret er belastet af egenvægt, sne, vind og nyttelast. Der opstilles nogle lasttilfælde, som betegnes ved følgende: G for egenlast, S for snelast, V for udvendig vindlast, I for indvendig vindlast og N for nyttelast.

A.1.1 Egenlast

Med egenvægtene angivet på figur A.1 bliver egenvægtslastene på spæret som vist på figur A.2.



Figur A.2: Egenvægtsbelastninger på spær angivet i kN/m. Bemærk: Lasten af loftkonstruktionen medtages kun ud til understøtningerne.

Egenvægten af gangbro er skønnet til 0.15 kN/m^2. Egenvægten af spærhoved og spærfod er inkluderet i figur A.2. Der ses normalt bort fra egenvægt af gitterstænger, idet de kun udgør en lille del af egenvægten.

A.1.2 Snelast

Den karakteristiske snelast, s, beregnes af: (DS 410 afs. 7.1 og 7.2)

$$s = c_i \, C_e \, C_t \, c_{rs} \, s_{k,0} \tag{A.1}$$

hvor,

c_i er formfaktoren for snelasten på taget, $(i = 1, 2, 3)$

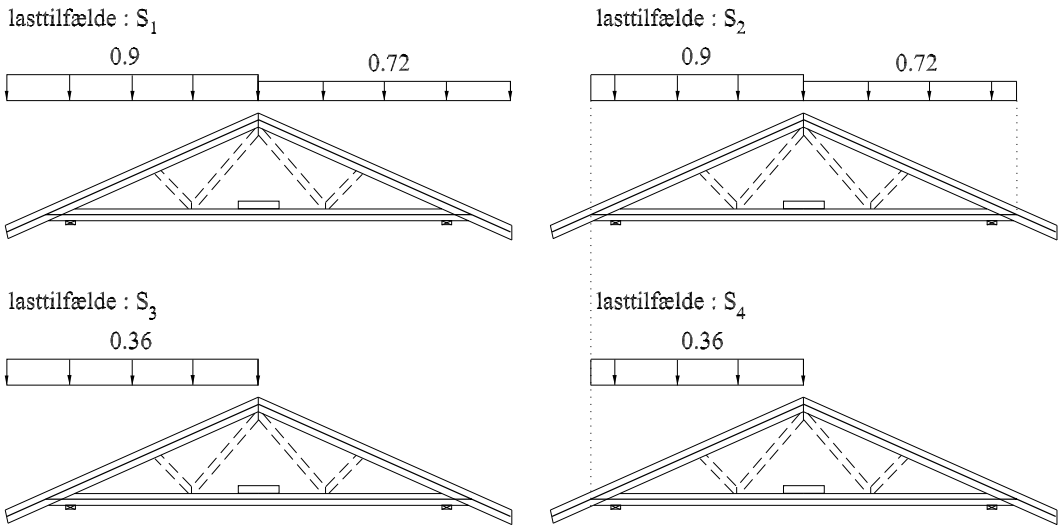
C_e er beliggenhedsfaktoren. ($C_e = 1$, sikre side)

C_t er en termisk faktor. ($C_t = 1$, sikre side)

c_{rs} er årstidsfaktoren for sneens terrænværdi. ($c_{rs} = 1$, permanent konstruktion)

$s_{k,0}$ er grundværdi for sneens terrænværdi. ($s_{k,0} = 0.9$ kN/m^2).

Formfaktorerne afhænger af taghældningen. Formfaktorerne, c_1 og c_2 for 25° taghældning, er beregnet til henholdsvis 0.8 og 1.0, se tabel V7.3.1 i DS 410. (c_3 er ikke aktuel for dette tag.) For snelast på sadeltage regnes normalt med 4 forskellige lasttilfælde, se figur V7.3.1.2 i DS 410. Idet her udføres et symmetrisk spær er det umiddelbart kun nødvendigt at undersøge de 2 tilfælde vist i figur A.3 til venstre.



Figur A.3: Snelasttilfælde på spær angivet i kN/m.

Imidlertid må snelasten ikke regnes at virke stabiliserende ved udkragede tage, jf. DS 410, pkt. 7(2)P, hvorfor de to lasttilfælde til højre i ovenstående figur (uden sne på udhæng) også skal undersøges. Det forudsættes, at taget *ikke* er udført med snefangere eller andre forhindringer, ligesom der ikke er mulighed for nedskridende sne fra ovenliggende arealer.

Snelasten regnes som en bunden variabel last med lastkombinationsfaktoren $\psi = 0.5$.

Lasttilfældene S_1 og S_2 vurderes at være farligst.

A.1.3 Vindlast

Konstruktionen regnes at opfylde reglerne for kvasistatisk respons, se DS 410 pkt. (4)P til (8), og vindlasterne regnes under forholdene beskrevet i DS 410, pkt. 6(7). Den kvasistatiske vindlast, F_w, kan beregnes af: (DS 410, tabel V6)

$$F_w = q_{max}\, c\, A \tag{A.2}$$

hvor

q_{max}: er det karakteristiske maksimale hastighedstryk. Konstruktionen antages at blive placeret i terrænklasse III i en afstand mere end 25 km fra Vesterhavet. Dermed kan q_{max} aflæses af figur 6.1.3a i DS 410 til ca 0.7 kN/m^2, idet z sættes lig med højden til kippen af taget (12 m).

c: er en formfaktor. Der skelnes mellem formfaktorer til udvendig og indvendig vindlast. I begge tilfælde er de påvirkede arealer større end 10 m^2, hvorfor formfaktoren $c_{pe,10}$ anvendes, se DS 410 6.3.1.

A: er det vindbelastede areal.

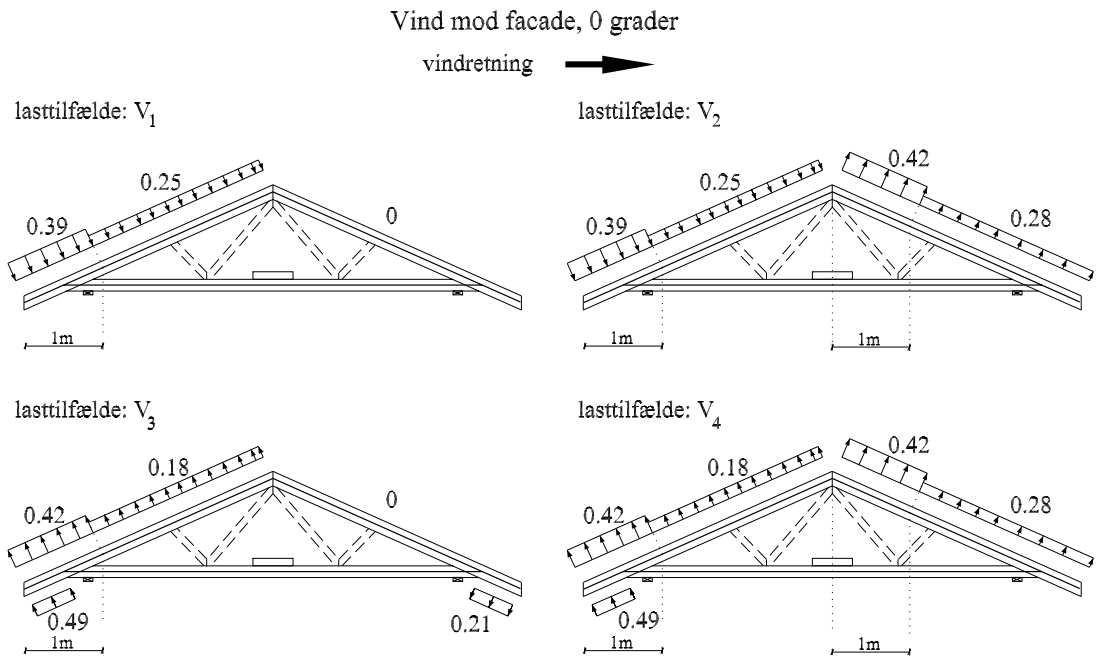
Formfaktorerne for udvendig vindlast afhænger ud over af tagets form også af taghældning, vindens retning og område på taget. Formfaktorerne er aflæst af figur V6.3.1.2b. i DS 410 for 25° sadeltag og angivet i tabel A.1.

Zone	Vind mod facade		Vind mod gavl	
	max	min	max	min
G(F)	0.56	-0.60	0	-1.2
H	0.35	-0.25	0	-0.7
I	0	-0.40	0	-0.5
J	0	-0.6	-	-
Under udhæng ⋆	0.7	-0.3	-0.5	-0.9

⋆ DS410, 6.3.1(5)

Tabel A.1: Formfaktorer for udvendig vindlast, 25° sadeltag. Positiv for tryk på taget. Zonebetegnelser ses af figur V6.3.1.2a i DS 410.

Lasttilfældene findes som angivet i DS 410, pkt. 6.3.1.2, og de relevante tilfælde for udvendig vindlast er vist på figur A.4 og A.5. Når vindlasten under udhænget virker til gunst, er den ikke medtaget. Bemærk retning på lastpilene.



Figur A.4: Lasttilfælde for udvendig vind mod facade angivet i kN/m.

Formfaktorerne for indvendig vindlast er angivet i DS 410, pkt. 6.3.2.(8) til $c_{pi} = 0.2$ og $c_{pi} = -0.3$. Indvendig vindlast regnes her at resultere i en belastning på undersiden af loftbeklædningen, som vist på figur A.6, hvor de 2 relevante lasttilfælde er medtaget.

Den indvendige vindlast vist på figur A.6 er på den sikre side regnet med $q_{max} = 0.7$ kN/m^2, idet q_{max} kan udregnes for z lig med middelhøjden af den betragtede etage. Vindlasten regnes som en bunden variabel last med lastkombinationsfaktoren $\psi = 0.5$.

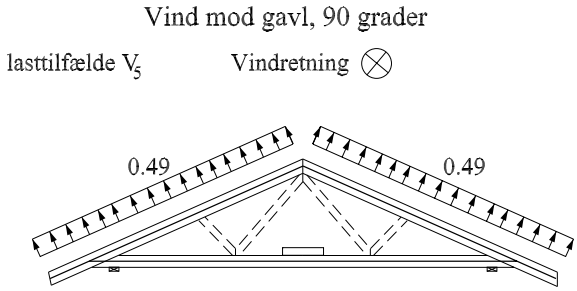
Lasttilfælde $(V_1 + I_1)$ og $(V_5 + I_2)$ vurderes at være farligst, hvor sidstnævnte vil kunne give løft af konstruktionen.

A.1.4 Nyttelast

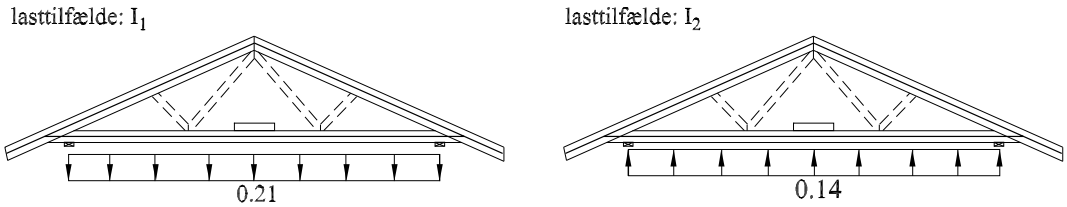
Der skal regnes med to nyttelaster:

1. Hvis der er en frihøjde på mere end 1 m, skal der regnes med nyttelast på en 1.2 m bred gangbro, DS 410, pkt. 3.1.1.1(2)P. Lasten er enten en lodret jævnt fordelt fladelast på 0.5 kN/m^2 med $\psi = 1$, eller en punktlast på 0.5 kN med $\psi = 0$.

2. En punktlast på 1.5 kN, $\psi = 0$ placeret et vilkårligt sted på den ydre



Figur A.5: Lasttilfælde for udvendig vind mod gavl angivet i kN/m.



Figur A.6: Lasttilfælde for indvendig vind angivet i kN/m.

tagflade, DS 410, pkt. 3.1.5(3)P. Punktlasten regnes ikke at påvirke taget samtidig med sne eller vindlast, DS 410, pkt. 3.1.5(2)P.

Lasttilfældet med den jævnt fordelte fladelast vurderes normalt at være farligst og benævnes i det følgende Ny.

A.2 Lastkombinationer

Der skal bestemmes lastkombinationer under anvendelselsgrænsetilstande, brudgrænsetilstande og ulykkeslast. For spær undersøges normalt kun lastkombinationer i de to først nævnte tilstande.

A.2.1 Lastkombinationer i anvendelsesgrænsetilstand

Lastkombinationer i anvendelsesgrænsetilstanden anvendes normalt til vurdering af konstruktionens deformationer (nedbøjninger) i brugssituationen. Normen indeholder ikke noget konkret krav til deformationerne for gitterspær, men som håndregel kan en maksimal nedbøjning af spærfoden på 1/400 af spændvidden, beregnet for snelast alene eller nyttelast alene, accepteres. Deformationerne af et spær er sammensat af deformationer hidrørende fra træbjælkerne og deforma-

tioner hidrørende fra samlingerne. Overslagsmæssigt kan deformationsbidraget fra samlingerne beregnes som angivet i SBI 193 side 132, men da denne fremgangsmåde er forbundet med en vis usikkerhed, tilrådes det blot at sætte samlingernes bidrag til 10-20% af udbøjningen hidrørende fra bjælkerne, se også afsnit B.2.2 på side 96.

For at mindske udseendet af konstruktionens deformation i anvendelsestilstanden udføres spær tit med pilhøjde, hvilket vil sige, at foden og evt. også hovedet udføres med en lille opadrettet bue. Herved vil undersiden af spærfoden tilnærmelsesvis være ret, når spæret belastes af tag- og loftkonstruktionen.

A.2.2 Lastkombinationer i brudgrænsetilstand

Der opstilles kun lastkombinationer for brudgrænsetilstandene 2.1 og 2.2, se DS 409, pkt. 5.2.6.

Lastkombinationer med de udvalgte lasttilfælde ses i tabel A.2.

Lastkombinationer i brudgrænsetilstand 2.1

Last-komb. nr.		Egen-last		Sne-last		Vind-last		Nytte-last
	1	$1.0 \cdot G$						
(14)	2	$1.0 \cdot G$	+	$1.5 \cdot S_1$				
(15)	3	$1.0 \cdot G$	+	$1.5 \cdot S_1$	+	$0.5(V_1 + I_1)$		
(16)	4	$1.0 \cdot G$	+	$1.5 \cdot S_1$			+	$1.0 \cdot Ny$
(17)	5	$1.0 \cdot G$	+	$1.5 \cdot S_1$	+	$0.5(V_1 + I_1)$	+	$1.0 \cdot Ny$
	6	$1.0 \cdot G$			+	$1.5(V_1 + I_1)$		
(18)	7	$1.0 \cdot G$	+	$0.5 \cdot S_1$	+	$1.5(V_1 + I_1)$		
	8	$1.0 \cdot G$			+	$1.5(V_1 + I_1)$	+	$1.0 \cdot Ny$
(19)	9	$1.0 \cdot G$	+	$0.5 \cdot S_1$	+	$1.5(V_1 + I_1)$	+	$1.0 \cdot Ny$
	10	$1.0 \cdot G$					+	$1.3 \cdot Ny$
(20)	11	$1.0 \cdot G$	+	$0.5 \cdot S_1$			+	$1.3 \cdot Ny$
	12	$1.0 \cdot G$			+	$0.5(V_1 + I_1)$	+	$1.3 \cdot Ny$
(21)	13	$1.0 \cdot G$	+	$0.5 \cdot S_1$	+	$0.5(V_1 + I_1)$	+	$1.3 \cdot Ny$

$\uparrow$ 8 kombinationer med S_2 i stedet for S_1

Lastkombinationer i brudgrænsetilstand 2.2 (løft)

	22	$0.8 \cdot G$			+	$1.5(V_5 + I_2)$		

Tabel A.2: Lastkombinationer i brudgrænsetilstand 2.1 og 2.2.
Vandret masselast er ikke medtaget.

Af tabel A.2 ses, at der kan opstilles mange lastkombinationer (22 stk). Nogle af

lastkombinationerne kan selvfølgelig sorteres fra umiddelbart.

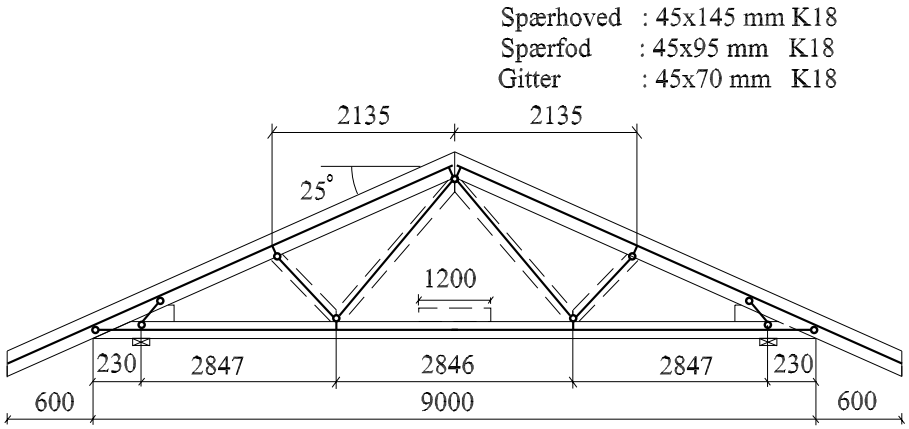
Da det i mange tilfælde er få lastkombinationer, som er dimensionsgivende for et eller flere områder af spæret, er der udvalgt et antal standardlastkombinationer i kommercielle spærberegningsprogrammer. I mange tilfælde skal der dog undersøges yderligere lasttilfælde. På hanebåndspær kan optræde nyttelast på spærfod og i "trekanten" over boligarealet, se figur 1.2 på side 3.

Ved opstilling af et lineær-elastisk beregningsprogram, kan det være en fordel at beregne snitkræfterne i alle elementerne for hvert enkelt lasttilfælde. Snitkræfterne for de enkelte lastkombinationer sammensættes herefter ved opstille lastkombinationerne ved superponering af snitkræfterne, se afsnit B.2.2 på side 96.

Bilag B

Spærmodel og snitkræfter

Der opstilles en bjælkemodel for spæret i bilag A. Der angives et forslag til, hvordan snitkræfterne for de enkelte lastkombinationer kan bestemmes. I figur B.1 er spæret og modellen vist. Snitkræfterne er beregnet med programmet TRUSSLAB, som er beskrevet i bilag D på side 101.



Figur B.1: Spær og model. Alle mål i mm.

For at kunne danne en model er det nødvendigt at skønne nogle dimensioner på spærets trædele. Der er skønnet følgende:

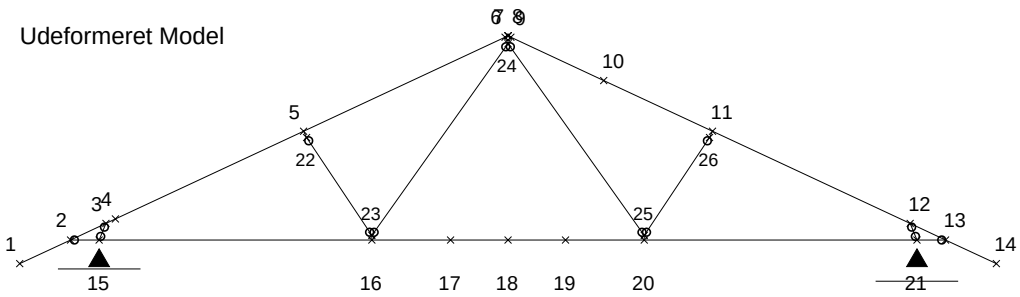
Hoved:	45x145 mm	K18
Fod:	45x95 mm	K18
Gitter:	45x70 mm	K18

Senere, ved eftervisning af bæreevnen, vil det vise sig, om ovennævnte dimensioner og styrkeklasser er tilstrækkelige - hvis ikke må modellen opdateres, og der må foretages en ny beregning af snitkræfterne. De fiktive elementer er blevet tildelt stivhedsegenskaber, som svarer til spærhovedet. Hjælpeelementerne til modellering af ekscentriciteterne har en stivhed svarende til hoved eller fod.

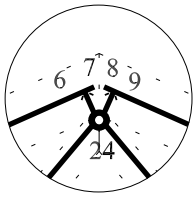
Der er placeret charnierer i enderne af de fiktive elementer og gitter*stængerne*. Modellen er fast simpelt understøttet i knude 15 og simpelt understøttet i knude 21. Elementerne er baseret på Bernoulli bjælketeori, hvilket medfører, at forskydningskræfternes bidrag til nedbøjningerne ikke medtages.

B.1 Spærmodel

I figur B.2 er modellen og de tilhørende knudenumre vist. Placeringen af knuderne er vist med et $\times$.



Figur B.2: Model af spær og tilhørende knudenumre.



Figur B.3: Modellinier og knudenummerering omkring kippen.

Elementerne mellem knuderne 1 til 14 danner spærhovedet fra venstre mod højre, og elementerne mellem knuderne 2, 15 til 21 og 13 danner spærfoden fra venstre mod højre. Elementerne for gitrene er placeret mellem knuderne 22 til 26. Ved begge hælsamlinger er indsat fiktive elementer (15-3) og (21-12). Knude 4, 10, 17 og 19 er indsat for at kunne ændre størrelsen af lastintensiteten (lastspring). Knude 18 er indsat for at få angivet deformationen på midten af foden. Denne kunne også beregnes på baggrund af bjælkens differentialligninger og tilhørende randbetingelser.

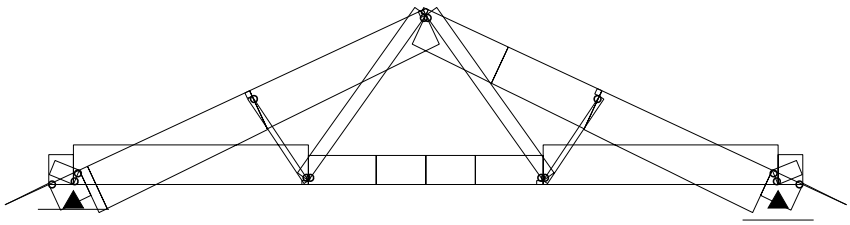
B.2 Snitkræfter

I figur B.4 til B.8 er normalkraft- og momentkurver for belastningerne $1.0 \cdot G$, $1.0 \cdot S_1$, $1.0 \cdot S_2$, $1.0(V_1 + I_1)$ og $1.0 \cdot Ny$ vist. Størrelse og placering af de forskellige laster ses i bilag A.

AXIAL FORCES (tension > 0) Loadcase no. 1: DEADLOAD

Node 1 2	Begin kN	End kN
1− 2	−0.00	0.15
2− 3	−4.13	−4.02
3− 4	−6.80	−6.78
4− 5	−6.77	−6.23
5− 6	−6.11	−5.52
6− 7	−0.01	−0.00
8− 9	0.00	−0.01
9−10	−5.52	−5.79
10−11	−5.79	−6.11
11−12	−6.23	−6.80
12−13	−4.03	−4.13
13−14	0.15	−0.00
2−15	4.34	4.34
15−16	5.77	5.77
16−17	4.22	4.22
17−18	4.22	4.22
18−19	4.22	4.22
19−20	4.22	4.22
20−21	5.77	5.77
21−13	4.34	4.34
22−23	−0.76	−0.76
23−24	1.94	1.94
24−25	1.94	1.94
25−26	−0.76	−0.76
3−15	−3.79	−3.79
5−22	−0.75	−0.75
16−23	0.95	0.95
6−24	−0.78	−0.78
9−24	−0.73	−0.73
20−25	0.95	0.95
11−26	−0.76	−0.76
21−12	−3.79	−3.79

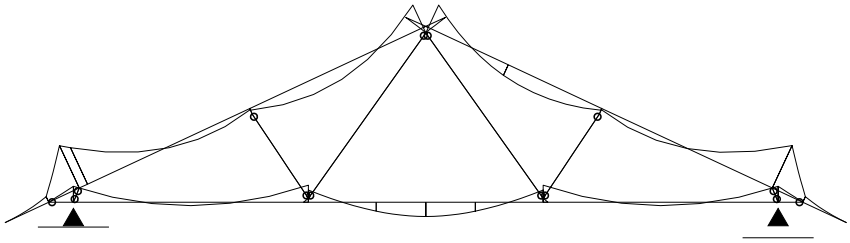
Max. Axial Force: 6.8 kN



MOMENT FORCES Loadcase no. 1: DEADLOAD

Node 1 2	Begin kNm	End kNm
1− 2	−0.00	−0.09
2− 3	−0.09	−0.72
3− 4	−0.72	−0.62
4− 5	−0.62	0.02
5− 6	0.03	−0.38
6− 7	−0.00	0.00
8− 9	−0.00	−0.00
9−10	−0.38	0.18
10−11	0.18	0.03
11−12	0.02	−0.72
12−13	−0.72	−0.09
13−14	−0.09	0.00
2−15	0.00	−0.24
15−16	−0.24	−0.26
16−17	−0.19	0.14
17−18	0.14	0.22
18−19	0.22	0.14
19−20	0.14	−0.19
20−21	−0.26	−0.24
21−13	−0.24	0.00
22−23	0.00	0.00
23−24	0.00	0.00
24−25	0.00	0.00
25−26	0.00	0.00
3−15	0.00	0.00
5−22	−0.01	−0.00
16−23	−0.07	0.00
6−24	−0.38	0.03
9−24	0.38	−0.03
20−25	0.07	0.00
11−26	0.01	−0.00
21−12	0.00	0.00

Max. Moment: 0.72 kNm

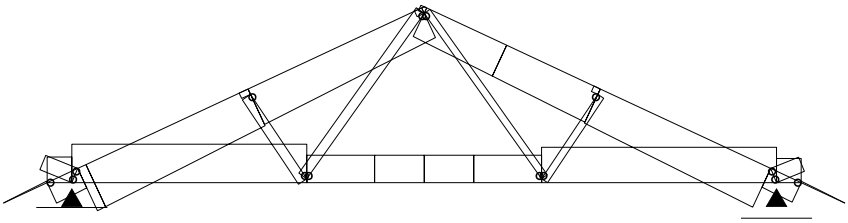


Figur B.4: Normalkraft- og momentkurver hidrørende fra $1.0 \cdot G$.

AXIAL FORCES (tension > 0) Loadcase no. 2: SNOWLOAD 1

Node 1	2	Begin kN	End kN
1	2	0.00	0.20
2	3	−2.88	−2.74
3	4	−5.95	−5.91
4	5	−5.91	−5.16
5	6	−4.97	−4.17
6	7	−0.01	−0.00
8	9	0.00	−0.01
9	10	−4.02	−4.32
10	11	−4.32	−4.66
11	12	−4.80	−5.43
12	13	−2.63	−2.74
13	14	0.16	−0.00
2	15	3.25	3.25
15	16	4.90	4.90
16	17	3.49	3.49
17	18	3.49	3.49
18	19	3.49	3.49
19	20	3.49	3.49
20	21	4.51	4.51
21	13	3.07	3.07
22	23	−1.26	−1.26
23	24	1.24	1.24
24	25	0.89	0.89
25	26	−0.90	−0.90
3	15	−4.38	−4.38
5	22	−1.24	−1.24
16	23	−0.04	−0.04
6	24	−0.99	−0.99
9	24	−0.81	−0.81
20	25	−0.02	−0.02
11	26	−0.89	−0.89
21	12	−3.82	−3.82

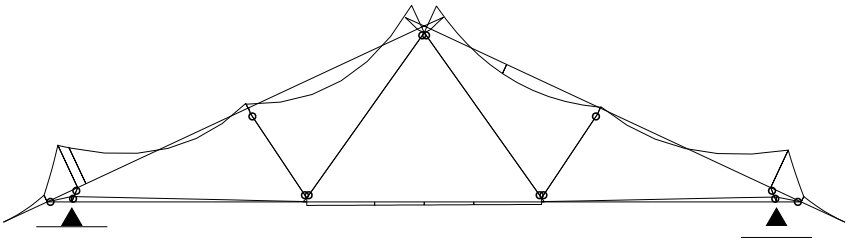
Max. Axial Force: 5.9 kN



MOMENT FORCES Loadcase no. 2: SNOWLOAD 1

Node 1	2	Begin kNm	End kNm
1	2	−0.00	−0.13
2	3	−0.13	−0.81
3	4	−0.81	−0.69
4	5	−0.69	−0.09
5	6	−0.08	−0.41
6	7	−0.00	−0.00
8	9	0.00	−0.00
9	10	−0.40	0.17
10	11	0.17	−0.02
11	12	−0.03	−0.72
12	13	−0.72	−0.10
13	14	−0.10	−0.00
2	15	0.00	−0.09
15	16	−0.09	−0.01
16	17	0.06	0.06
17	18	0.06	0.05
18	19	0.05	0.05
19	20	0.05	0.04
20	21	−0.00	−0.09
21	13	−0.09	0.00
22	23	0.00	0.00
23	24	0.00	0.00
24	25	0.00	0.00
25	26	0.00	0.00
3	15	0.00	0.00
5	22	−0.01	−0.00
16	23	−0.07	0.00
6	24	−0.41	−0.11
9	24	0.40	0.11
20	25	0.05	0.00
11	26	0.01	−0.00
21	12	0.00	0.00

Max. Moment: 0.81 kNm

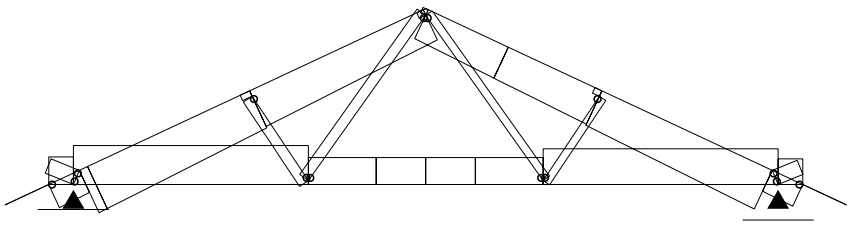


Figur B.5: Normalkraft- og momentkurver hidrørende fra $1.0 \cdot S_1$.

AXIAL FORCES (tension > 0) Loadcase no. 3: SNOWLOAD 2

Node 1	2	Begin kN	End kN
1	2	−0.00	−0.00
2	3	−3.39	−3.25
3	4	−6.21	−6.17
4	5	−6.17	−5.42
5	6	−5.21	−4.41
6	7	−0.01	−0.00
8	9	0.00	−0.01
9	10	−4.24	−4.53
10	11	−4.53	−4.88
11	12	−5.03	−5.66
12	13	−3.06	−3.17
13	14	0.00	0.00
2	15	3.66	3.66
15	16	5.18	5.18
16	17	3.59	3.59
17	18	3.59	3.59
18	19	3.59	3.59
19	20	3.59	3.59
20	21	4.75	4.75
21	13	3.42	3.42
22	23	−1.40	−1.40
23	24	1.41	1.41
24	25	1.03	1.03
25	26	−1.02	−1.02
3	15	−4.04	−4.04
5	22	−1.38	−1.38
16	23	−0.02	−0.02
6	24	−0.95	−0.95
9	24	−0.77	−0.77
20	25	−0.01	−0.01
11	26	−1.01	−1.01
21	12	−3.56	−3.56

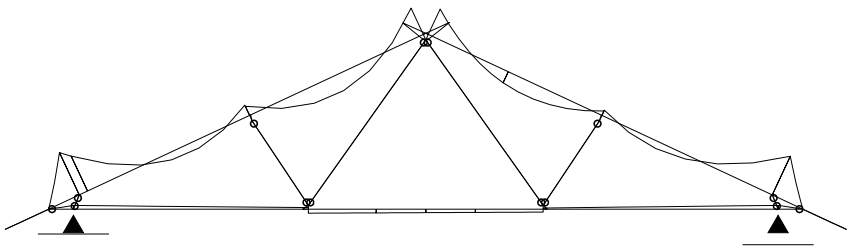
Max. Axial Force: 6.2 kN



MOMENT FORCES Loadcase no. 3: SNOWLOAD 2

Node 1	2	Begin kNm	End kNm
1	2	0.00	0.00
2	3	0.00	−0.63
3	4	−0.63	−0.52
4	5	−0.52	−0.15
5	6	−0.14	−0.39
6	7	−0.00	−0.00
8	9	−0.00	−0.00
9	10	−0.38	0.16
10	11	0.16	−0.07
11	12	−0.08	−0.58
12	13	−0.58	−0.00
13	14	−0.00	−0.00
2	15	0.00	−0.05
15	16	−0.05	−0.02
16	17	0.05	0.05
17	18	0.05	0.05
18	19	0.05	0.04
19	20	0.04	0.04
20	21	−0.02	−0.05
21	13	−0.05	0.00
22	23	0.00	0.00
23	24	0.00	0.00
24	25	0.00	0.00
25	26	0.00	0.00
3	15	0.00	0.00
5	22	−0.02	−0.00
16	23	−0.08	−0.00
6	24	−0.39	−0.07
9	24	0.38	0.07
20	25	0.06	−0.00
11	26	0.01	−0.00
21	12	0.00	0.00

Max. Moment: 0.63 kNm

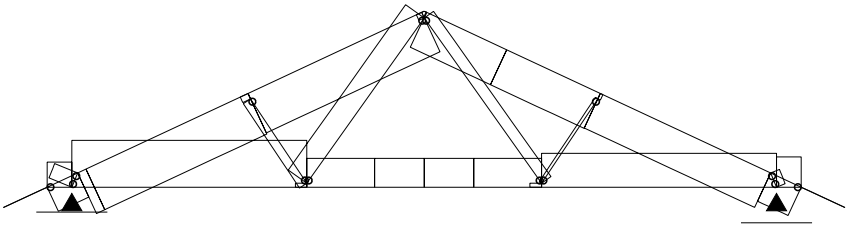


Figur B.6: Normalkraft- og momentkurver hidrørende fra $1.0 \cdot S_2$.

AXIAL FORCES (tension > 0) Loadcase no. 4: WINDLOAD

Node 1	2	Begin kN	End kN
1	2	0.00	0.00
2	3	−1.39	−1.39
3	4	−2.34	−2.34
4	5	−2.34	−2.34
5	6	−2.27	−2.27
6	7	0.00	0.00
8	9	0.00	0.00
9	10	−2.01	−2.01
10	11	−2.01	−2.01
11	12	−1.99	−1.99
12	13	−1.63	−1.63
13	14	0.00	0.00
2	15	1.31	1.31
15	16	2.44	2.44
16	17	1.51	1.51
17	18	1.51	1.51
18	19	1.51	1.51
19	20	1.51	1.51
20	21	1.77	1.77
21	13	1.59	1.59
22	23	−0.45	−0.45
23	24	1.19	1.19
24	25	0.60	0.60
25	26	0.15	0.15
3	15	−1.29	−1.29
5	22	−0.45	−0.45
16	23	0.59	0.59
6	24	−0.30	−0.30
9	24	−0.04	−0.04
20	25	0.61	0.61
11	26	0.15	0.15
21	12	−0.49	−0.49

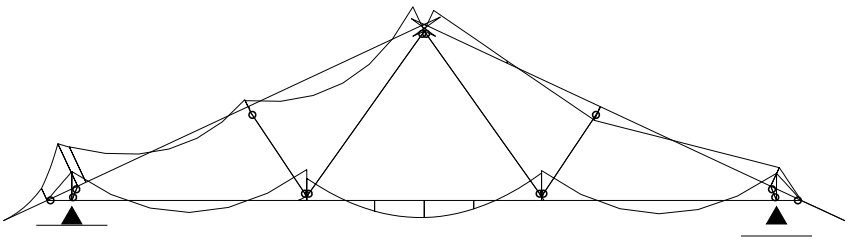
Max. Axial Force: 2.4 kN



MOMENT FORCES Loadcase no. 4: WINDLOAD

Node 1	2	Begin kNm	End kNm
1	2	0.00	−0.07
2	3	−0.07	−0.24
3	4	−0.24	−0.20
4	5	−0.20	−0.04
5	6	−0.03	−0.10
6	7	−0.00	0.00
8	9	0.00	0.00
9	10	−0.09	−0.01
10	11	−0.01	0.07
11	12	0.08	−0.10
12	13	−0.10	−0.00
13	14	−0.00	−0.00
2	15	0.00	−0.15
15	16	−0.15	−0.16
16	17	−0.11	0.05
17	18	0.05	0.09
18	19	0.09	0.04
19	20	0.04	−0.14
20	21	−0.15	−0.14
21	13	−0.14	0.00
22	23	0.00	0.00
23	24	0.00	0.00
24	25	0.00	0.00
25	26	0.00	0.00
3	15	0.00	0.00
5	22	−0.00	−0.00
16	23	−0.04	0.00
6	24	−0.10	0.06
9	24	0.09	−0.06
20	25	0.01	−0.00
11	26	−0.00	0.00
21	12	0.00	0.00

Max. Moment: 0.24 kNm

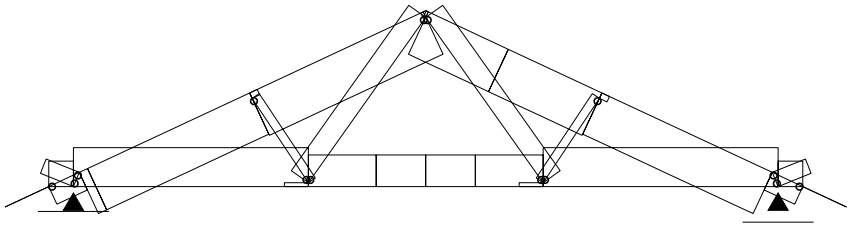


Figur B.7: Normalkraft- og momentkurver hidrørende fra $1.0(V_1 + I_1)$.

AXIAL FORCES (tension > 0) Loadcase no. 5: LIVELOAD

Node 1	2	Begin kN	End kN
1	2	0.00	0.00
2	3	−0.29	−0.29
3	4	−0.68	−0.68
4	5	−0.68	−0.68
5	6	−0.70	−0.70
6	7	−0.00	−0.00
8	9	0.00	0.00
9	10	−0.70	−0.70
10	11	−0.70	−0.70
11	12	−0.68	−0.68
12	13	−0.29	−0.29
13	14	0.00	0.00
2	15	0.38	0.38
15	16	0.58	0.58
16	17	0.47	0.47
17	18	0.47	0.47
18	19	0.47	0.47
19	20	0.47	0.47
20	21	0.58	0.58
21	13	0.38	0.38
22	23	0.13	0.13
23	24	0.31	0.31
24	25	0.31	0.31
25	26	0.13	0.13
3	15	−0.53	−0.53
5	22	0.13	0.13
16	23	0.36	0.36
6	24	−0.04	−0.04
9	24	−0.03	−0.03
20	25	0.36	0.36
11	26	0.13	0.13
21	12	−0.53	−0.53

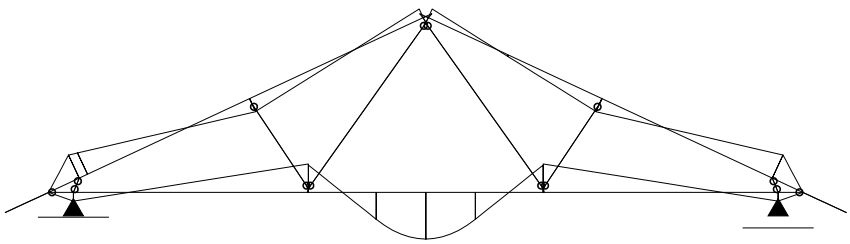
Max. Axial Force: 0.7 kN



MOMENT FORCES Loadcase no. 5: LIVELOAD

Node 1	2	Begin kNm	End kNm
1	2	−0.00	−0.00
2	3	−0.00	−0.12
3	4	−0.12	−0.11
4	5	−0.11	0.07
5	6	0.06	−0.04
6	7	0.00	−0.00
8	9	0.00	−0.00
9	10	−0.04	0.01
10	11	0.01	0.06
11	12	0.07	−0.12
12	13	−0.12	−0.00
13	14	−0.00	−0.00
2	15	0.00	0.04
15	16	0.04	−0.13
16	17	−0.12	0.12
17	18	0.12	0.21
18	19	0.21	0.12
19	20	0.12	−0.12
20	21	−0.13	0.04
21	13	0.04	0.00
22	23	0.00	0.00
23	24	0.00	0.00
24	25	0.00	0.00
25	26	0.00	0.00
3	15	0.00	0.00
5	22	0.00	0.00
16	23	−0.01	0.00
6	24	−0.04	0.01
9	24	0.04	−0.01
20	25	0.01	0.00
11	26	−0.00	−0.00
21	12	0.00	0.00

Max. Moment: 0.21 kNm



Figur B.8: Normalkraft- og momentkurver hidrørende fra $1.0 \cdot Ny$.

I figur B.4 og B.8 ses, at normalkraft- og momentkurverne er symmetriske som forventet.

Reaktionerne for de enkelte lasttilfælde er angivet i tabel B.1.

	Reaktioner		
	Venstre		Højre
Last-	Lodret	Vandret	Lodret
tilfælde	kN ($\uparrow +$)	kN ($\rightarrow +$)	kN ($\uparrow +$)
G	4.75	0.00	4.75
S_1	4.40	0.00	3.86
S_2	3.92	0.00	3.48
$V_1 + I_1$	1.98	-0.65	1.21
Ny	0.30	0.00	0.30

Tabel B.1: Reaktioner hidrørende de enkelte lasttilfælde.

Det kan vises, at ovenstående reaktioner danner ligevægt sammen med de ydre laster.

B.2.1 Snitkræfter for en lastkombination

Snitkræfterne for en lastkombination kan findes ved superponering af snitkræfterne hidrørende fra hvert enkelt lasttilfælde. Ønskes for eksempel snitkræfterne i stang elementet mellem knude 22 og 23, se figur B.2, for lastkombination 3: $1.0 \cdot G + 1.5 \cdot S_1 + 0.5(V_1 + I_1)$, findes normalkraften af:

$$N(x) = 1.0 \cdot (-0.76 \text{ kN}) + 1.5 \cdot (-1.26 \text{ kN}) + 0.5 \cdot (-0.45 \text{ kN}) = -2.875 \text{ kN} \quad \text{(B.1)}$$

Stangen er således centralt påvirket i tryk med en konstant trykkraft på ca 2.88 kN. Forskydningskraften og momentet er nul overalt i stangen.

B.2.2 Nedbøjning af spærfod

Nedbøjningen af knude 18 kan af TRUSSLAB findes til ca. 8 mm for egenlasten og ca. 5 mm for nyttelasten, hertil lægges ca. 10% for at indregne samlingernes bidrag. Nedbøjningen for egenlasten negligeres konstruktivt ved at udføre spæret med en pilhøjde på spærfoden ca. $8 \cdot 1.1 \simeq 9$ mm. Nedbøjningen for nyttelasten alene bliver i alt ca $5 \cdot 1.1 \simeq 6$ mm, hvilket kun udgør 1/1400 af spændvidden.

Bilag C

Tværsnitskonstanter for trapezformede arealer

I det følgende angives følgende tværsnitskonstanter for trapezformede arealer:

A flade arealet,

e_x x-afstand til fladens tyngdepunkt,

e_y y-afstand til fladens tyngdepunkt,

I_x fladens inertimoment om x-aksen,

I_y fladens inertimoment om y-aksen,

se også figur C.2. Tværsnitskonstanterne kan bestemmes ved:

$$A = 0.5(1.0 + \alpha)h \cdot l \tag{C.1}$$

$$e_x = k_{e,x} \cdot l \tag{C.2}$$

$$e_y = k_{e,y} \cdot h \tag{C.3}$$

$$I_x = k_{I,x} \frac{l \cdot h^3}{12} \tag{C.4}$$

$$I_y = k_{I,y} \frac{l^3 \cdot h}{12} \tag{C.5}$$

$$I_p = I_x + I_y \tag{C.6}$$

$$r_{max} = \sqrt{\left(l - e_x\right)^2 + e_y^2} \tag{C.7}$$

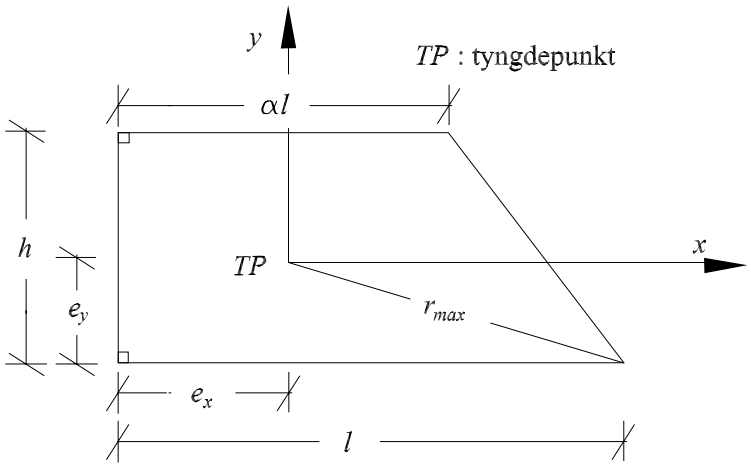
Størrelserne $k_{e,x}$, $k_{e,y}$, $k_{I,x}$ og $k_{I,y}$ bestemmes af (C.8) til (C.11). Variationen af disse udtryk som funktion af α er angivet på figur C.2. Ønskes en nøjagtig aflæsning af værdierne, kan tabel C.1 anvendes.

$$k_{e,x} = \frac{1+\alpha+\alpha^2}{3(1+\alpha)} \tag{C.8}$$

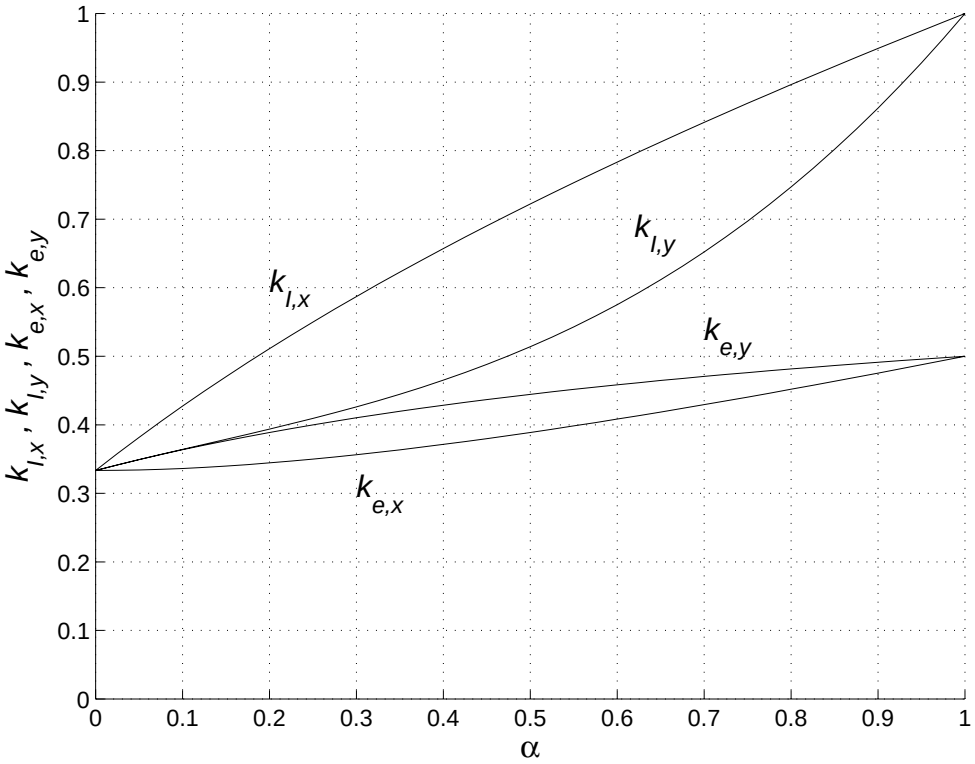
$$k_{e,y} = \frac{1+2\alpha}{3(1+\alpha)} \tag{C.9}$$

$$k_{I,x} = \frac{1+4\alpha+\alpha^2}{3(1+\alpha)} \tag{C.10}$$

$$k_{I,y} = \frac{1+2\alpha+2\alpha^3+\alpha^4}{3(1+\alpha)} \tag{C.11}$$



Figur C.1: Definition af l, h, e_x, e_y og α i forhold til $x, y-$systemet.



Figur C.2: $k_{e,x}$, $k_{e,y}$, $k_{I,x}$ og $k_{I,y}$ som funktion af α.

α	$k_{e,x}$	$k_{e,y}$	$k_{I,x}$	$k_{I,y}$
0.0000	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333
0.0250	0.3335	0.3415	0.3579	0.3415
0.0500	0.3341	0.3492	0.3817	0.3493
0.0750	0.3351	0.3566	0.4048	0.3569
0.1000	0.3364	0.3636	0.4273	0.3643
0.1250	0.3380	0.3704	0.4491	0.3716
0.1500	0.3399	0.3768	0.4703	0.3789
0.1750	0.3420	0.3830	0.4910	0.3863
0.2000	0.3444	0.3889	0.5111	0.3938
0.2250	0.3471	0.3946	0.5308	0.4015
0.2500	0.3500	0.4000	0.5500	0.4094
0.2750	0.3531	0.4052	0.5688	0.4176
0.3000	0.3564	0.4103	0.5872	0.4262
0.3250	0.3599	0.4151	0.6052	0.4352
0.3500	0.3636	0.4198	0.6228	0.4446
0.3750	0.3674	0.4242	0.6402	0.4546
0.4000	0.3714	0.4286	0.6571	0.4651
0.4250	0.3756	0.4327	0.6738	0.4763
0.4500	0.3799	0.4368	0.6902	0.4881
0.4750	0.3843	0.4407	0.7064	0.5006
0.5000	0.3889	0.4444	0.7222	0.5139
0.5250	0.3936	0.4481	0.7378	0.5280
0.5500	0.3984	0.4516	0.7532	0.5429
0.5750	0.4033	0.4550	0.7684	0.5586
0.6000	0.4083	0.4583	0.7833	0.5753
0.6250	0.4135	0.4615	0.7981	0.5930
0.6500	0.4187	0.4646	0.8126	0.6117
0.6750	0.4240	0.4677	0.8270	0.6314
0.7000	0.4294	0.4706	0.8412	0.6522
0.7250	0.4349	0.4734	0.8552	0.6741
0.7500	0.4405	0.4762	0.8690	0.6972
0.7750	0.4461	0.4789	0.8827	0.7214
0.8000	0.4519	0.4815	0.8963	0.7470
0.8250	0.4576	0.4840	0.9097	0.7738
0.8500	0.4635	0.4865	0.9230	0.8018
0.8750	0.4694	0.4889	0.9361	0.8313
0.9000	0.4754	0.4912	0.9491	0.8621
0.9250	0.4815	0.4935	0.9620	0.8944
0.9500	0.4876	0.4957	0.9748	0.9281
0.9750	0.4938	0.4979	0.9874	0.9633
1.0000	0.5000	0.5000	1.0000	1.0000

Tabel C.1: $k_{e,x}$, $k_{e,y}$, $k_{I,x}$ og $k_{I,y}$ som funktion af α.

Bilag D

Minivejledning til TRUSSLAB

TRUSSLAB er et lille beregningsprogram i MATLABmiljøet til beregning af plane bjælkekonstruktioner af *lineær-elastisk* materiale.

Fordelen ved dette program i forhold til f.eks. CALFEM er, at inputfilen er simplere, og der opnåes uddata i form af figurer med model, deformationer, laster, reaktioner og snitkræfter, som kan sættes direkte ind i et tekstbehandlingsprogram.

TRUSSLAB med tilhørende inddatafil udleveres til studerende på 4. semester ved henvendelse til forfatteren på e-mail adressen jn@civil.auc.dk.

Programmet skal placeres i sit eget bibliotek under $\backslash matlab\backslash toolbox\backslash$, så der opnåes følgende biblioteker:

$$....\backslash matlab\backslash toolbox\backslash trusslabB4\backslash indata$$
$$....\backslash matlab\backslash toolbox\backslash trusslabB4\backslash trusses$$

I MATLAB Command vinduet under $File_SetPath$ skal følgende stier indsættes, således MATLAB kan finde filerne under disse biblioteker.

$$....\backslash matlab\backslash toolbox\backslash trusslabB4$$
$$....\backslash matlab\backslash toolbox\backslash trusslabB4\backslash trusses$$

D.1 Indput

Faciliteterne i programmet gennemgåes ud fra inputfilen til spæret beskrevet i bilag A og B. Inputfilen, som også indeholder forklarende tekst, er placeret i $indata-$biblioteket. Filnavnet er $Weks_B4.m$.

D.1.1 Topologi

Topologimatricen, T, indeholder data om hvert enkelt bjælkeelement. Antallet af rækker svarer til antallet af bjælkeelementer. Der er 4 søjler, som hver angiver følgende:

$$T = \begin{vmatrix} \textit{start-} & \textit{slut-} & \textit{materiale-} & \textit{lasttype-} \\ \textit{knude} & \textit{knude} & \textit{nummer} & \textit{nummer} \end{vmatrix}$$

Elementets materialenummer skal svare til rækkenummeret i materialematricen, G. Elementets lasttypenummer angiver, hvilke laster der skal påføres elementet i hvert enkelt lasttilfælde. Betydningen af de forskellige lasttypenumre er beskrevet i afsnit D.1.6.

D.1.2 Knudekoordinater

Knudekoordinatmatricen, X, indeholder global $x-$ og $y-$koordinater for hver knude. Der opstilles en række for hver knude. Knudekoordinater for knude i placeres i række nr. i.

$$X = \begin{vmatrix} x\textit{-koordinat} & y\textit{-koordinat} \end{vmatrix}$$

D.1.3 Materiale egenskaber

I materialematricen, G, angives egenskaber for hver materialegruppe.

$$G = \begin{vmatrix} \textit{elasticitets-} & \textit{forskydnings-} & \textit{bjælke-} & \textit{bjælke-} & \textit{bjælke-} \\ \textit{modul} & \textit{modul} & \textit{højde} & \textit{tykkelse} & \textit{type} \\ E & G & h & t & 1 \text{ el. } 2 \end{vmatrix}$$

Ved bjælketype kan vælges 1 for Bernoulli bjælker, og 2 for Timoshenko bjælker, hvor forskydningskræfternes bidrag til deformationen medtages.

D.1.4 Understøtningsbetingelser

Understøtningsbetingelser angives ved matricen C. Der opstilles en række pr frihedsgrad.

$$C = \begin{vmatrix} knude- & friheds- & flytning \\ nummer & grad & \end{vmatrix}$$

Frihedsgrad nr. 1, 2 og 3 svarer henholdsvis til vandret flytning, lodret flytning og rotation.

D.1.5 Afstand mellem spær

Værdien af cc angiver centerafstanden mellem spærene (belastningsbredden).

D.1.6 Laster

TRUSSLAB beregner reaktioner, deformationer og snitkræfter for 5 forskellige lasttilfælde:

Lasttilfælde 1 : egenvægt
2 : sne på hele taget (maks. sne til venstre)
3 : som lasttilfælde 2, men uden sne på udhæng
4 : vindlast
5 : nyttelast på gangbro

I lasttilfælde 1 er værdien af Gtc egenlasten på spærhovedet (last fra tagkonstruktion). Gbc er egenlasten på spærfoden (last af loftkonstruktion). Bemærk, ved spærfoden med gangbro indlægges en lille ekstra last, som skyldes egenvægten af selve gangbroen. Den er fastsat til 0.15 kN/m^2 og kan *ikke* ændres.

I lasttilfælde 2 og 3 er Sk sneens karakteristiske terrænværdi, se DS410 afs. 7.2. $fcs(1)$ og $fcs(2)$ er formfaktorer.

I lasttilfælde 4 er w det karakteristiske maksimale hastighedstryk, se DS410 afs. 6.1.3. $fcw(1)....fcw(5)$ er formfaktorer.

I lasttilfælde 5 er l_l nyttelasten på gangbro.

I nedenstående tabel er angivet sammenhængen mellem elementets lasttypenummer og formfaktorer.

Lasttype nummer	Beskrivelse	Last værdier	
10	Bjælke, stift forbundet i begge ender	Ingen laster	
20	Bjælke med charnier i startknuden	Ingen laster	
30	Bjælke med charnier i slutknuden	Ingen laster	
40	Bjælke med charnier i begge ender	Ingen laster	
	Alle bjælker herunder er stift forbundet i begge ender	Sne	Vind
120	Spærhoved venstre	fcs(1)	fcw(2)
121	Spærhoved venstre, udhæng	fcs(1)	fcw(1)
122	Spærhoved venstre, med forhøjet vindlast	fcs(1)	fcw(1)
140	Spærhoved højre	fcs(2)	fcw(4)
141	Spærhoved højre, udhæng	fcs(2)	fcw(4)
143	Spærhoved højre, med forhøjet vindlast	fcs(2)	fcw(3)
210	Spærfod med gangbro		fcw(5)
220	Spærfod venstre		fcw(5)
221	Spærfod venstre uden vindlast		
240	Spærfod højre		fcw(5)
241	Spærfod højre uden vindlast		

D.1.7 Kommandoen: TrussSolve

Med kommandoen *TrussSolve* kaldes en række af forskellige TRUSSLAB programmer, som opstiller stivhedsmatricen og lastvektoren for de forskellige lasttilfælde og løser dem. Herefter dannes outputprocedurerne.

D.2 Output

Outputprocedurerne danner følgende:

- udeformeret model, med knudenumre,
- udeformeret model, med påsatte laster og reaktioner for hver lasttilfælde,
- deformeret model for hvert lasttilfælde,
- snitkraft kurver for hvert lasttilfælde.

D.2.1 Hjælpekommandoer

$zoompls$	Der zoomes i den valgte figur.
$delfig$	Alle figurer slettes.
$clearall$	Alle variabler slettes
$showdof(u(i,:))$	Viser knude flytninger for lasttilfælde nr. i.
R	Reaktioner for alle lasttilfælde.
who	Alle variabelnavne angives.

D.2.2 Figurer til rapport

Figurer kan kopieres direkte over i Word ved følgende fremgangsmåde:

- Vælg figur og få den til at fylde hele skærmen.
- Vælg $CopyFigure$ under $Edit$.
- Sæt den ind i Word.
- Beskær evt. billed.

Figurerne kan også omdannes til andre filtyper, se $print$ kommandoen i HELP menuen under MATLAB. Det er tit bedre at anvende figurer, der er lavet til jpg-filer. Dette opnåes ved kommandoen $print\ -djpeg\ filnavn$.

D.2.3 Snitkræfter

Snitkræfterne findes i variablen qe, som er en matrix i 4 dimensioner. Ved at skrive $size(qe)$ fåes antallet af elementer i hver dimension: (5,7,3,32). Disse tal betegner følgende:

5: Det første tal angiver antallet af lasttilfælde.

7: Det andet tal angiver, antallet af punkter på elementet hvor i der udregnes sæt af snitkræfter. Her er angivet 7, hvilket betyder, at der angives snitkræfter for de 2 knuder og 5 mellemliggende punkter. Størrelsen af denne værdi kan sættes i filen $TrussSolve$.

3: Det tredje tal angiver antallet af snitkræfter (N, V, M).

32: Det fjerde og sidste tal angiver antallet af elementer.

Skrives der qe, vises en hel række af tal, som er opstillet noget rodet. Der kommer dog mere system i rodet ved kommandoen $s1 = squeeze(qe(1,:,:,:))$. Herved overføres alle snitkræfter for lasttilfælde 1 over i en ny variabel $s1$. Udskrives $s1$ fåes snitkræfterne (N, V, M) elementvis.

D.2.4 Lastkombinationer

Lastkombinationer kan opstilles ved kommandoen: $qe_lc = doloadcomb(T, X, C, qe)$. Herved optegnes snitkraftkurver for lastkombinationerne angivet i filen $doloadcomb.m$, som ligger i $indata$. Snitkræfterne for de enkelte lastkombinationer findes i qe_lc.

Nomenklaturliste

a Afstand (mm)

A Tværsnitsareal (mm^2)

A_{eff} Effektivt areal (mm^2)

c_1 Konstant i et empirisk udtryk (-)

d Diameter, sidelængde (mm)

E_0 Middelværdi af elasticitetsmodulet parallelt med fibrene (MPa)

$E_{0,k}$ Karakteristisk værdi (5% fraktil) af elasticitetsmodulet parallelt med fibrene (MPa)

E_{90} Middelværdi af elasticitetsmodulet vinkelret på fibrene (MPa)

f Styrke af materiale (MPa, N/mm)

$f_{a,0,0,k}$ Karakteristisk forankringsstyrke af tandpladen i retningen $\alpha = 0^o$ (kraften parallel med pladens hovedretning) $\beta = 0^o$ (kraften parallel med fiberretningen) (MPa)

$f_{a,90,90,k}$ Karakteristisk forankringsstyrke af tandpladen i retningen $\alpha = 90^o$ (kraften vinkelret på x-aksen) $\beta = 90^o$ (kraften vinkelret på fiberretningen) (MPa)

$f_{a,\alpha,\beta,k}$ Karakteristisk forankringsstyrke af tandpladen i retningen (α,β) (MPa)

$f_{c,0}$ Trykstyrken af træ i fiberretningen (MPa)
Trykstyrken af pladen i x-retningen ($\alpha = 0^o$) (N/mm)

$f_{c,90}$ Trykstyrken vinkelret på fibrene (MPa)
Trykstyrken af pladen i y-retningen ($\alpha = 90^o$) (N/mm)

f_d Regningsmæssig styrke (MPa)

f_h Sømhovedets gennemtrækningsparameter (MPa)

f_k Karakteristisk styrke (MPa)

f_m Bøjningsstyrke (MPa)

$f_{t,0}$ Trækstyrken af træ i fiberretningen (MPa)
Trækstyrken af pladen i x-retningen ($\alpha = 0^o$) (N/mm)

$f_{t,90}$ Trækstyrken af træ vinkelret på fiberretningen (MPa)
Trækstyrken af pladen i y-retningen ($\alpha = 90^o$) (N/mm)

f_v Forskydningsstyrken af træ (MPa)

$f_{v,0}$ Forskydningsstyrken af pladen i x-retningen ($\alpha = 0^o$) (N/mm)

$f_{v,90}$ Forskydningsstyrken af pladen i y-retningen ($\alpha = 90^o$) (N/mm)

f_u Sømmets udtrækningsstyrke (MPa)

F Enkeltkraft (N)

F_A Enkeltkraft i det effektive areals tyngdepunkt (N)

G Forskydningsmodul (MPa)

G Lasttilfælde med egenvægt (gravity)

h Tværsnitshøjde (mm)

i_y Inertiradius om $y-$aksen (mm)

I Lasttilfælde med indvendig vindlast

I_p Polærinertimoment (mm^4)

I_y Inertimoment om $y-$aksen (mm^4)

l Længde (mm)

l_{eff} Effektiv længde af pladens fugelængde (mm)

l_{kam} Længden af den forkammede del af sømmet (mm)

l_s Fri søjlelængde (mm)

k Stivhed (N/mm)

k_c Reduktionsfaktor for søjler (-)

k_{def} En faktor der tager hensyn til fugtindholdets indflydelse på trækonstruktioner udsat for langvarig last (-)

k_m Tværsnitsafhængig formfaktor (-)

k_{mod} Modifikationsfaktor der tager hensyn til lastvarighed og fugtighed (-)

N Normalkraft (N)

Ny Lasttilfælde med nyttelast

M Moment (Nm)

p Tværlast, linielast (N/mm)

P Enkeltkraft (N)

q Tværlast, linielast (N/mm)

r Radius (mm)

R_{ax} Udtrækningsstyrke af et søm (N)

$R_{x,d}$ Regningsmæssig styrke af pladen i $x-$retningen (N)

$R_{y,d}$ Regningsmæssig styrke af pladen i $y-$retningen (N)

R_{tv} Tværbæreevne af et søm (N)

S Lasttilfælde med sne

t Tykkelse (mm)

V Forskydningskraft (N)

V Lasttilfælde med vind

W Modstandsmoment (mm^3)

u Flytning, nedbøjning (mm)

u_{fin} Slutdeformation (mm)

u_{inst} Øjeblikkelig deformation (mm)

α Vinkel mellem kraft og tandpladens hovedretning (^{o})

β Vinkel mellem kraft og fiberretning (^{o})

β_c Imperfektionsfaktor for søjler (-)

γ Vinkel mellem samlingsfuge og pladens hovedretning (^{o})

γ_m Partialkoefficient for materialer (-)

λ_{rel} Relativt slankhedstal (-)

λ_y Geometrisk slankhedstal ved bøjning om $y-$aksen (-)

σ Spænding (MPa)

τ Forskydningsspænding (MPa)

τ_F Forskydningsspænding for kraften F (MPa)

τ_M Forskydningsspænding for momentet M (MPa)

φ Vinkel (^{o})

ψ Vinkel (^{o})

ψ_2 En faktor svarende til den kvasi-permanente lastandel (-)

ω Vinkel (^{o})

Indekser

a Forankring (anchorage)

A Areal

c Tryk (compression)

d Designværdi, regningsmæssig

eff Effektiv

fin Slut (final)

$inst$ Øjeblikkelig

k Karakteristisk

m Bøjning

max Maksimal

rel Relativ

t Træk (tension)

TP Tyngdepunkt

v Forskydning

y Koordinat, eller bøjning om $y-$aksen eller i $y-$retningen

z Koordinat, eller bøjning om $z-$aksen eller i $z-$retningen

0 Parallel med fibrene (0°)

90 Vinkelret på fibrene (90°)

Indeks

afstivning, 25, 38

BMF-beslag, 45, 50
brudkriterier
  søm, 47
  tandplade
    forankring, 56, 69
    plade, 59
  træ
    flækning, 77
    forskydning, 29
    tryk vinkelret, 30
    tryk, søjle, 22
    træk, 17
    træk, moment, 19

E-modul, 14
effektiv
  areal, 56
  længde, 60
egenvægt, 82
  loftsbeklædning, 2
  tagbeklædning, 2
eksempel
  ekscentrisk belastet tandplade, 72
  gulvbjælke, 19
  samling med vinkelbeslag, 51
  stød med tandplade, 62
  søjle, 26
  sømkraft, 68
  træksamling med søm, 47
  understøtning, 31

fiktivt element, 9, 11, 89
flækning, 77

lastgrupper, 16
lastkombinationer, 87, 96, 106
lægteafstand, 24

nedbøjning, 13, 86
  af spærfod, 96
nyttelast, 85

opgave
  1 til 4, 32
  5, 53
  6, 64
  7, 78

partialkoefficent
  materialer, 15
polært inertimoment, 67

snelast, 83
snitkraft
  i samling, 74
snitkræfter
  kurver, 90
spær
  afstand, 4
  beregningsmodeller, 9, 89
  transport, 5
  typer, 3
søjlelængder, 24
søm, 39
  minimumafstande, 44
  tværbæreevne, 42
  tværlast
    træ-stål, 44
    træ-træ, 41
    træ-træplade, 45
  tværlast og udtræk, 47
  udtrækningspåvirkede, 46

tandplader, 54
    forankringsstyrke, 54
    minimumsstørrelser, 61
    pladestyrke, 58
    udseende, 2
træ
    høvlet højde, 4
    stivhedsparametre, 14
    styrkeparametre, 16

valm, 37
vindlast, 84